

**ZACHODNIOPOMORSKI UNIWERSYTET  
TECHNOLOGICZNY W SZCZECINIE**

**Wydział Informatyki**

**STRESZCZENIE ROZPRAWY  
DOKTORSKIEJ**

**mgr inż. Wojciech Sałabun**

**Metoda identyfikacji wielokryterialnego eksperckiego modelu  
decyzyjnego z zastosowaniem teorii zbiorów rozmytych**

**Promotor**  
prof. dr hab. inż. Andrzej Piegat

**Promotor Pomocniczy**  
dr inż. Jarosław Wątróbski

**Recenzenci**  
professor Elisabeth Rakus-Andersson  
prof. dr hab. Olgierd Hryniewicz

Szczecin 2018

# Spis treści

<b>1. Problem badawczy</b> . . . . .	2
<b>2. Główny cel rozprawy</b> . . . . .	6
<b>3. Cykl publikacji wchodzących w skład rozprawy</b> . . . . .	7
<b>4. Metoda Obiektów Charakterystycznych</b> . . . . .	11
4.1. Podejmowanie decyzji indywidualnych <sup>1</sup> . . . . .	12
4.1.1. Zdefiniowanie przestrzeni problemu . . . . .	16
4.1.2. Generowanie obiektów charakterystycznych . . . . .	17
4.1.3. Ranking obiektów charakterystycznych . . . . .	20
4.1.4. Model lingwistyczny . . . . .	24
4.1.5. Ocena alternatyw oraz ranking końcowy . . . . .	25
4.2. Redukcja liczby zapytań $p^2$ . . . . .	27
4.2.1. Aksjomat tranzytywności . . . . .	29
4.2.2. Struktura hierarchiczna zadania decyzyjnego . . . . .	32
4.3. Dokładność metody COMET na tle innych metod <sup>3</sup> . . . . .	36
4.3.1. Zadanie wyboru optymalnej alternatywy . . . . .	38
4.3.2. Zadanie porządkowania alternatyw . . . . .	39
4.4. Podsumowanie . . . . .	42
<b>5. Dorobek akademicki</b> . . . . .	44
5.1. Dorobek naukowy . . . . .	44
5.2. Dorobek dydaktyczny . . . . .	50
5.3. Dorobek organizacyjny . . . . .	52
<b>6. Podsumowanie</b> . . . . .	53
<b>Spis rysunków</b> . . . . .	55
<b>Spis tablic</b> . . . . .	56
<b>Bibliografia</b> . . . . .	57

<sup>1</sup>sekcja powstała na podstawie opublikowanych artykułów: A1, A3, A5, A7, A9 oraz A10

<sup>2</sup>sekcja powstała na podstawie opublikowanych artykułów: A2, A4 oraz A8

<sup>3</sup>sekcja powstała na podstawie opublikowanych artykułów: A5, A6 oraz A7

# 1. Problem badawczy

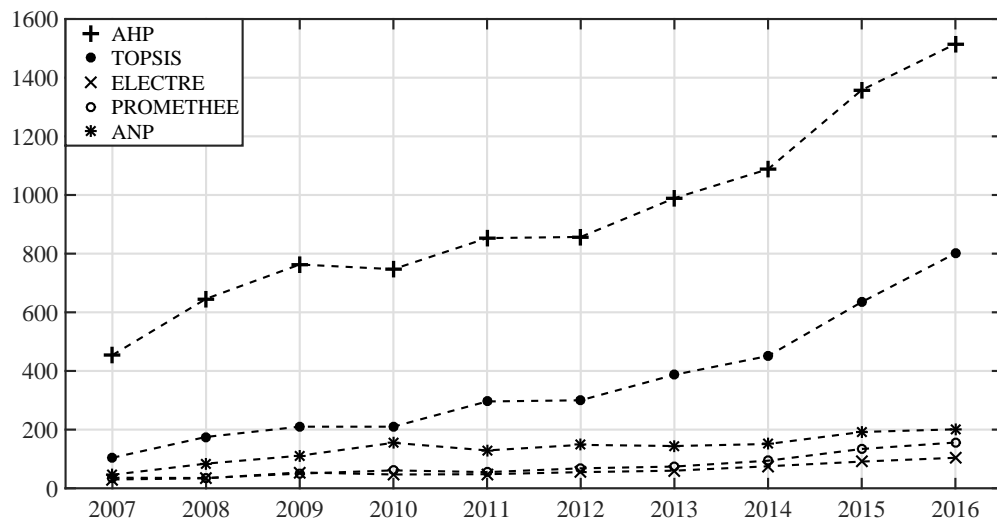
Podjęcie decyzji jest nierozłącznym elementem ludzkiego życia, gdzie w przeważającej części problemy decyzyjne opierają się na wielu, często przeciwstawnych, kryteriach decyzyjnych. Wraz ze wzrostem złożoności problemu, podjęcie optymalnej (lub nawet racjonalnej) decyzji staje się coraz trudniejsze. Dodatkową komplikacją jest fakt, iż przeważnie brak jest matematycznej postaci zależności pomiędzy rozpatrywanymi kryteriami, a spodziewanymi konsekwencjami. W szczególnie istotnych problemach rolę decydenta powierza się ekspertowi z danej dziedziny lub grupie ekspertów, których doświadczenie ma pomóc w zidentyfikowaniu najlepszego rozwiązania. Mówimy wówczas odpowiednio o indywidualnym lub grupowym podejmowaniu decyzji. Niejednokrotnie nawet wtedy ustalenie właściwej decyzji może być sprawą problematyczną zarówno dla pojedynczego eksperta jak i ciał kolegialnych. Wówczas pomocna może okazać się teoria decyzji, której jednym z celów jest wspomaganie podejmowania decyzji przy udziale odpowiednich metod i technik.

W toku badań nad wielokryterialnym wspomaganie decyzji wyklarowały się dwa zasadnicze podejścia, zróżnicowane zarówno oceną samej sytuacji decyzyjnej, jak i sposobem wyboru najlepszego wariantu decyzyjnego. Są to podejścia oparte na teorii użyteczności (szkoła amerykańska) oraz relacji przewyższania (szkoła europejska). Podejście oparte na teorii użyteczności osadzone jest w tzw. amerykańskiej szkole wspomaganie decyzji. Wyróżnia się tutaj dwa rodzaje relacji między alternatywami decyzyjnymi: równoważność oraz preferencję jednego z wariantów nad drugim. Metody należące do tej grupy wykluczają sytuację nieporównywalności wariantów decyzyjnych i zakładają przechodność preferencji na kolejne warianty decyzyjne. Wśród metod opartych na teorii użyteczności wskazać można przykładowo metody:

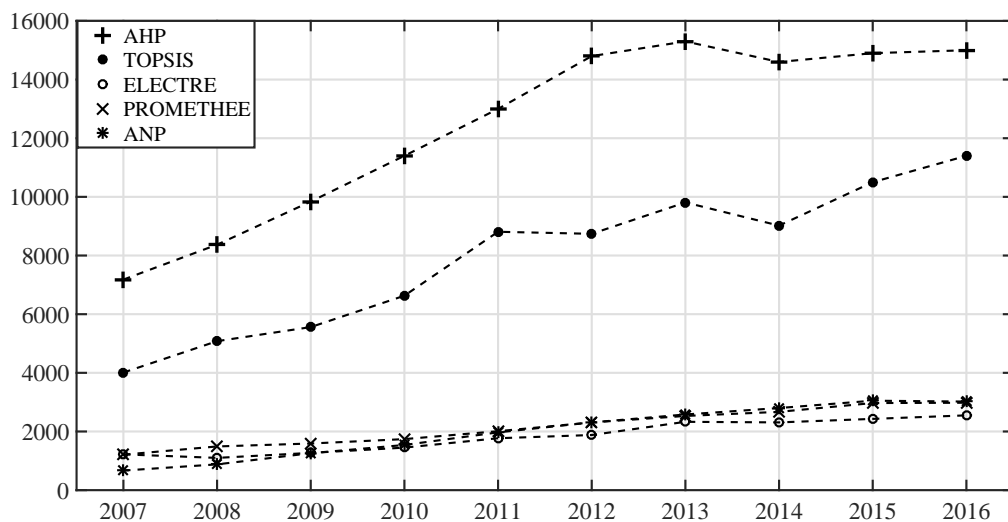
- AHP (ang. Analytic Hierarchy Process),
- ANP (ang. Analytic Network Process),
- MACBETH (ang. Measuring attractiveness by a categorical-based evaluation technique),
- MAUT (ang. Multi Attribute Utility Theory),
- SMART (ang. The Simple Multi Attribute Rating Technique),
- TOPSIS (ang. Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution),
- UTA (ang. Utility Theory Additive),
- WPM (ang. Weighted Product Model),
- WSM (ang. Weighted Sum Model).

Prezentowane powyżej podejście znajduje przeciwników w Europie. Zarzucają oni metodom tego typu, że nie uwzględniają one zarówno zmienności jak i naturalnie występującego niedoprecyzowania informacji oraz niepewność preferencyjnej decydynta.

Najpopularniejszymi metodami opartymi na relacji przewyższania są metody z rodzin Electre (fr. ELimination Et Choin Traduisant la REalite) oraz Promethee (ang. Preference Ranking Organisation METHod for Enrichment Evaluations). Metody te jednak są dużo mniej popularne od najczęściej stosowanych technik opartych na teorii użyteczności, jakimi są AHP oraz TOPSIS. Dowodem tego może być chociażby liczba publikacji powstających z zastosowaniem pięciu najpopularniejszych metod MCDA (Multi-Criteria Decision-Analysis). Na rysunkach 1.1 i 1.2 przedstawiono dane z baz Web of Science oraz Google Scholar.



Rysunek 1.1. Zestawienie liczby artykułów pięciu najpopularniejszych metod MCDA w latach 2007-2016. Opracowanie własne na podstawie danych z bazy Web of Science.



Rysunek 1.2. Zestawienie liczby artykułów pięciu najpopularniejszych metod MCDA w latach 2007-2016. Opracowanie własne na podstawie danych z bazy Google Scholar.

Wśród metod wspomaganie decyzji zostały zidentyfikowane problemy badawcze, które stanowiły motywację do podjęcia badań nad nową metodą wspomaganie decyzji. Trzy grupy problemów, które miały największy wpływ na kształt nowo powstającej techniki identyfikacji wielokryterialnych eksperckich modeli decyzyjnych to:

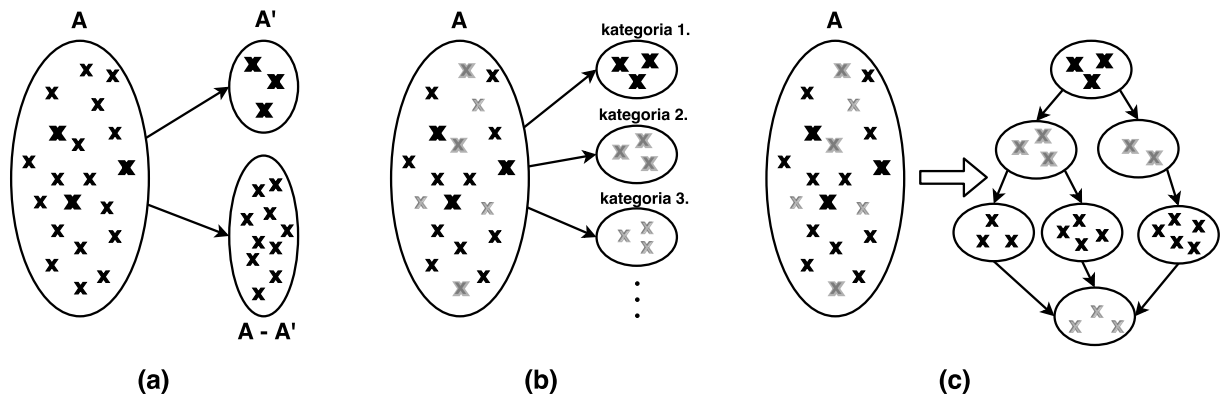
- paradoks odwracania rankingu (z ang. rank reversal),
- dokładność otrzymywanych wyników oraz
- dobór wag i uwzględnienie korelacji pomiędzy kryteriami.

Jednym ze sposobów sprawdzenia poprawności działania metod wspomaganie podejmowania decyzji jest skonstruowanie specjalnych problemów testowych. Po ich rozwiązaniu należy następnie przestudiować otrzymane wyniki. Zdarza się, iż rozwiązania wykazują pewne logiczne sprzeczności. Otrzymujemy wówczas niepożądane odwrócenie rangi badanych alternatyw. Dla lepszego ukazania problemu przeanalizujemy prosty przykład zatrudnienia nowego pracownika. Aplikacje złożyło troje kandydatów, którymi są kandydat *A*, *B* oraz *C*. Załóżmy że posługując się metodą **X** wyznaczyliśmy, iż najlepiej do tej pracy nadaje się kandydat *A*, następnie kandydat *B* oraz na ostatnim miejscu znajduje się kandydat *C*. Może to zostać oznaczone jako  $A > B > C$ . Następnie do rozważanego zbioru kandydatów dodajemy nowego kandydata *D*. Jeżeli jego pojawienie się doprowadzi do zmiany rankingu początkowego to wówczas mówimy o zjawisku odwracania rankingu. Uzyskać można wówczas przykładowo następujący porządek:  $B > A > D > C$ . oznaczałoby to, iż doszło do zamiany preferencji pomiędzy pracownikiem *A* oraz *B*. Triantaphyllou w [17, 18, 20] badał samo zjawisko odwracania rankingów przy stosowaniu różnych metod MCDA, między innymi w metodzie AHP, TOPSIS oraz ELECTRE.

Problem odwracania rankingu ma charakter pejoratywny we wszystkich trzech podstawowych problematykach (wizualizacja patrz rysunek 1.3) [10]:

- problematyka  $\alpha$  – problematyka wyboru (znalezienie podzbioru  $A'$  ze zbioru *A* zawierającego rozwiązania „najlepsze”),
- problematyka  $\beta$  – problematyka sortowania (przydzielenie wariantów do wcześniej zdefiniowanych kategorii),
- problematyka  $\gamma$  – problematyka porządkowania (budowa rankingu wariantów zbioru *A* od najlepszego do najgorszego).

Dodatkowo problem ten nasuwa kolejne pytanie, który z przedstawionych rankingów jest poprawny (początkowy czy odwrócony). Jeżeli rozwiązujemy zadanie decyzyjne, istotnym pytaniem jest to czy uzyskaliśmy wynik wiarygodny (bliski prawdziwemu), czy też nie. Krótko mówiąc jak zmierzyć dokładność metody. Okazuje się, że problem ten jest bardzo ciężki i bardzo trudno znaleźć wyniki prac na ten temat. Dlatego też projektowana metoda powinna



Rysunek 1.3. Wzorcowe problematyki w wielokryterialnym wspomaganii decyzji, (a) problematyka  $\alpha$ , (b) problematyka  $\beta$  oraz (c) problematyka  $\gamma$

być odporna na zjawisko rank reversal oraz być porównana pod względem dokładności z innymi metodami MCDA (co najmniej wiodącymi AHP oraz TOPSIS).

Ostatnia kwestia to problem odpowiedniego doboru wag i uwzględnienie korelacji pomiędzy kryteriami. Wiele metod zakłada liniową kompensację kryteriów, co oznacza że niedostatek atrybutu w kategorii jednego kryterium może być niwelowany poprzez większą wartość atrybutu w kategorii innego kryterium. Dodatkowo stosowane są tam na ogół stałe globalne wagi istotności, które nie zmieniają się w całej przestrzeni problemu. Innym problemem jest jak należy prawidłowo zidentyfikować globalne wagi kryteriów. Większość metod MCDA dokonuje dekompozycji złożonego problemu decyzyjnego na serię problemów z pojedynczym kryterium, a następnie agreguje (bardzo często liniowo) wyniki cząstkowe. W ten sposób nieuwzględniana jest korelacja pomiędzy składowymi kryteriami.

Powyżej przedstawione problemy i wyzwania stanowiły motywację do podjęcia prac nad nową metodą wielokryterialnego podejmowania decyzji, która przede wszystkim byłaby odporna na zjawisko odwracania rankingów, charakteryzowała się wysoką dokładnością, nie wymagała wskazania globalnych wag kryterialnych a priori i nie dekomponowała problemu na serię prostszych problemów z pojedynczym kryterium. W ten sposób powstała metoda obiektów charakterystycznych, która szczegółowo zostanie opisana w rozdziale 4.

## **2. Główny cel rozprawy**

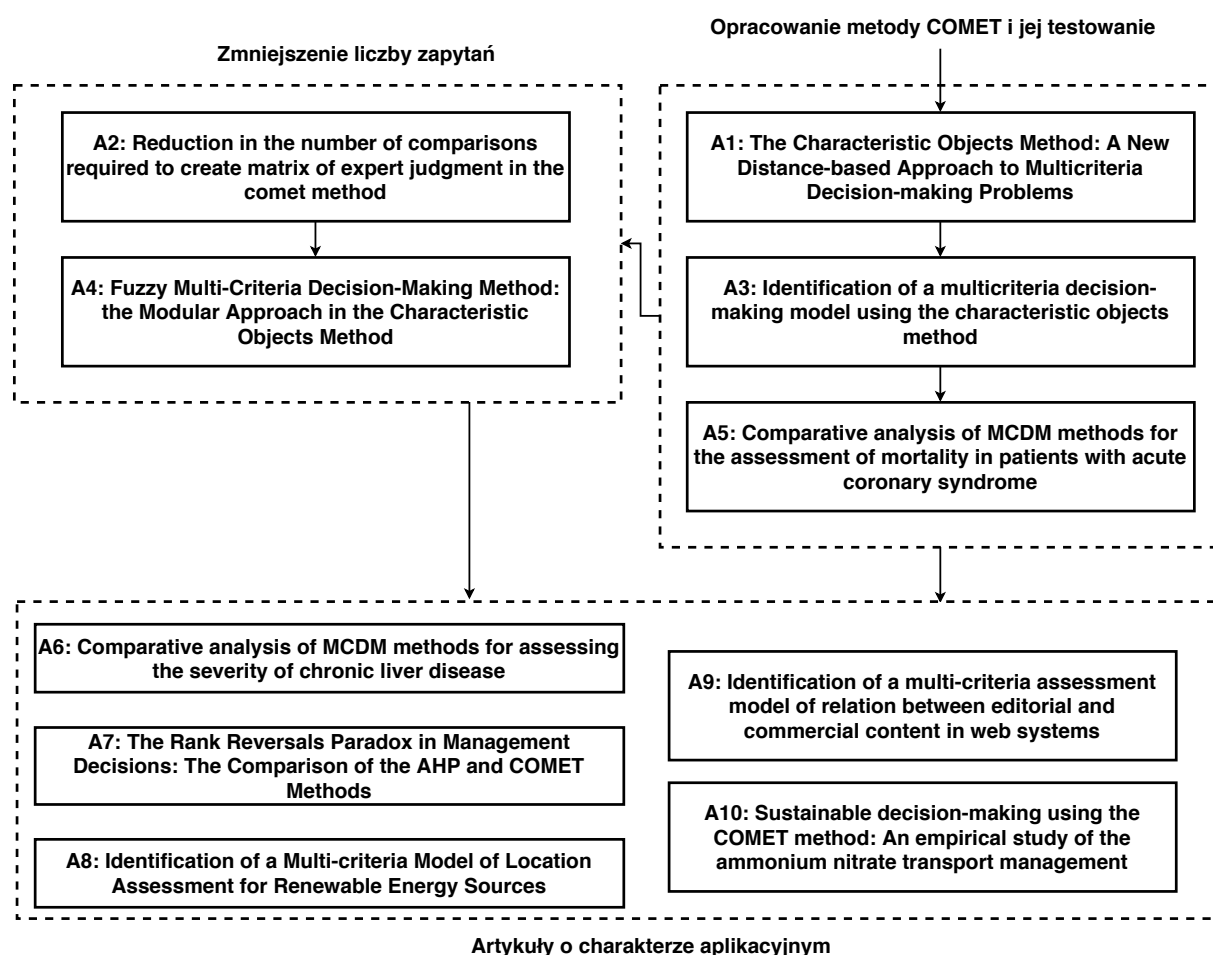
Głównym celem prezentowanej rozprawy doktorskiej jest opracowanie nowej metody wielokryterialnej analizy decyzyjnej opartej o zestaw obiektów charakterystycznych z wykorzystaniem teorii zbiorów rozmytych.

### **Teza rozprawy:**

Zastosowanie obiektów charakterystycznych oraz teorii zbiorów rozmytych w proponowanej metodzie będzie skutkowało odpornością na zjawisko odwracania rankingu (z ang. rank reversal) oraz umożliwi oszacowanie dokładności zidentyfikowanego modelu.

### 3. Cykl publikacji wchodzących w skład rozprawy

Jako osiągnięcie naukowe w dyscyplinie Informatyka wskazuję cykl 10 powiązanych tematycznie publikacji p.t. **Metoda identyfikacji wielokryterialnego eksperckiego modelu decyzyjnego z zastosowaniem teorii zbiorów rozmytych**. Cykl ten obejmuje pięć artykułów opublikowanych w czasopiśmie kierunkowych lub Open Access oraz pięć artykułów wydanych w recenzowanych materiałach konferencyjnych wydawców takich jak: Springer oraz IEEE. Powiązania pomiędzy publikacjami zostały przedstawione na rysunku 3.1.



Rysunek 3.1. Wizualizacja powiązań pomiędzy poszczególnymi publikacjami A1-A10.

W skład cyklu publikacji wchodzi następujące prace (dodatkowo podana punktacja pracy oraz procentowy udział):



- A1. Sałabun, W.** (2015). The Characteristic Objects Method: A New Distance-based Approach to Multicriteria Decision-making Problems. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 22(1-2), 37-50. (published online 4 July 2014)  
Czasopismo indeksowane w bazie Web of Science [**5 pkt. MNiSzW**] - w artykule przedstawiono po raz pierwszy algorytm metody COMET  
udział w artykule **100%**
- A2. Sałabun, W.** (2014). Reduction in the number of comparisons required to create matrix of expert judgment in the comet method. *Management and Production Engineering Review*, 5(3), 62-69.  
Czasopismo Open Access pod auspicjami Polskiej Akademii Nauk [**8 pkt. MNiSzW**] - w artykule zaprezentowano zastosowanie aksjomatu tranzytywności w metodzie COMET  
udział w artykule **100%**
- A3. Piegat, A., Sałabun, W.** (2014). Identification of a multicriteria decision-making model using the characteristic objects method. *Applied Computational Intelligence and Soft Computing*, 2014, 14.  
Czasopismo Open Access indeksowane w bazie Web of Science [**5 pkt. MNiSzW**] - w artykule poddano dyskusji działanie algorytmu metody COMET  
udział w artykule **50%**
- A4. Sałabun, W.** (2015). Fuzzy Multi-Criteria Decision-Making Method: the Modular Approach in the Characteristic Objects Method. *Studies & Proceedings of Polish Association for Knowledge Management*, 77, 54-64.  
Czasopismo Open Access wydawane przez Polskie Stowarzyszenie Zarządzania wiedzą [**8 pkt. MNiSzW**] - w artykule zaprezentowano wykorzystanie dekompozycji problemu w metodzie COMET  
udział w artykule **100%**
- A5. Sałabun, W., Piegat, A.** (2017). Comparative analysis of MCDM methods for the assessment of mortality in patients with acute coronary syndrome. *Artificial Intelligence Review*, 48(4), 557-571.  
Czasopismo Open Access JCR IF: **2.63** [**35 pkt. MNiSzW**] - w artykule przedstawiono badania nad dokładnością metody COMET  
udział w artykule **95%**

- A6.** Piegat, A., **Sałabun, W.** (2015). Comparative analysis of MCDM methods for assessing the severity of chronic liver disease. In International Conference on Artificial Intelligence and Soft Computing (pp. 228-238). Springer, Cham.  
Rozdział indeksowany w bazie Web of Science [**15pkt. MNiSzW**] - w artykule zaprezentowano identyfikację modelu decyzyjnego dla problemu medycznego udział w artykule **50%**
- A7.** **Sałabun, W.**, Ziomba, P., Wątróbski, J. (2016). The Rank Reversals Paradox in Management Decisions: The Comparison of the AHP and COMET Methods. In Intelligent Decision Technologies 2016 (pp. 181-191). Springer, Cham.  
Rozdział indeksowany w bazie Web of Science [**15pkt. MNiSzW**] - w artykule zaprezentowano porównanie metody AHP oraz COMET w odniesieniu do odwracania rankingów udział w artykule **75%**
- A8.** **Sałabun, W.**, Wątróbski, J., Piegat, A. (2016). Identification of a Multi-criteria Model of Location Assessment for Renewable Energy Sources. In International Conference on Artificial Intelligence and Soft Computing (pp. 321-332). Springer, Cham.  
Rozdział indeksowany w bazie Web of Science [**15pkt. MNiSzW**] - w artykule zaprezentowano identyfikację modelu decyzyjnego dla odnawialnych źródeł energii udział w artykule **45%**
- A9.** Jankowski, J., **Sałabun, W.**, Wątróbski, J. (2017). Identification of a multi-criteria assessment model of relation between editorial and commercial content in web systems. In Multimedia and Network Information Systems (pp. 295-305). Springer, Cham.  
Rozdział indeksowany w bazie Web of Science [**15pkt. MNiSzW**] - w artykule zaprezentowano identyfikację modelu decyzyjnego dla problemu oceny systemów webowych. udział w artykule **45%**
- A10.** Wątróbski, J., **Sałabun, W.**, Karczmarczyk, A., Wolski, W. (2017, September). Sustainable decision-making using the COMET method: An empirical study of the ammonium nitrate transport management. In Computer Science and Information Systems (FedCSIS), 2017 Federated Conference on (pp. 949-958). IEEE.  
Rozdział indeksowany w bazie Web of Science [**15pkt. MNiSzW**] - w artykule zaprezentowano identyfikację modelu decyzyjnego dla problemu zrównoważonego

transportu

udział w artykule **40%**

## 4. Metoda Obiektów Charakterystycznych

*Metoda Obiektów Charakterystycznych* to nowo opracowana metoda identyfikacji wielokryterialnego eksperckiego modelu decyzyjnego w celu rozwiązywania problemów decyzyjnych. Metoda ta również występuje zamiennie pod skróconą nazwą **COMET** (*ang. the Characteristic Objects METHod*) [12, 14, 15].

Prezentowana metoda cechuje się unikalnymi właściwościami, które są rzadkością w dziedzinie metod wielokryterialnego podejmowania decyzji. W pierwszym rzędzie należy wymienić odporność na paradoks odwracania kolejności rankingów końcowych (*ang. rank reversal paradox*). Właściwość ta wynika z faktu, iż metoda **COMET** dokonuje oceny alternatyw używając modelu zidentyfikowanego na podstawie obiektów charakterystycznych, które są niezależne od zbioru ocenianych wariantów decyzyjnych. Oznacza to, iż w odróżnieniu od wielu innych metod wielokryterialnej analizy decyzyjnej, nie dokonuje się tutaj porównań ocenianych wariantów decyzyjnych między sobą, a wynik ich oceny wnioskowany jest wyłącznie na podstawie uzyskanego modelu. Dlatego też jeśli użyjemy tego samego modelu decyzyjnego, to wartości ocen dla alternatyw nie będą ulegały zmianom niezależnie od ich liczby, a więc wspomniany paradoks nigdy nie wystąpi [13].

Model decyzyjny definiuje wzorzec oceny dla wszystkich wariantów decyzyjnych w zadanej przestrzeni stanu problemu, co można porównać do pomiaru długości przedmiotu za pomocą wcześniej zdefiniowanego wzorca a nie porównań pomiędzy mierzonymi przedmiotami. Identyfikacja modelu decyzyjnego pozwala dodatkowo na ocenę dowolnego zbioru alternatyw w rozpatrywanej przestrzeni numerycznej bez ponownego angażowania eksperta w proces oceny, gdyż model zidentyfikowany jest w całej przestrzeni problemu. Konkurencyjne metody w takich sytuacjach wymagają najczęściej powtórzenia całej procedury identyfikacyjnej i obliczeniowej od początku, gdyż identyfikują one tylko wartości ocen dla aktualnie rozpatrywanego zbioru alternatyw, a nie całej przestrzeni stanu problemu [14].

Metoda **COMET** umożliwia dodatkowo stosunkowo łatwe zidentyfikowanie zarówno liniowych jak i nieliniowych eksperckich funkcji decyzyjnych, co pozwala na zwiększenie zakresu jej stosowalności do rozwiązywania zarówno problemów liniowych jak i nieliniowych [8]. Kolejną kwestią jest stosowanie globalnych wag kryterialnych, które określają przeciętną istotność danego kryterium dla oceny końcowej. Im dana waga jest wyższa tym odpowiadające jej kryterium jest przeciętnie bardziej istotne. Liniowe uwzględnianie wag w problemach nieliniowych prowadzi dodatkowo do zmniejszenia dokładności otrzymywanych wyników.

Oprócz tego problemem jest to w jaki sposób wagi takie należałoby wyznaczać. Dlatego też w procedurze obliczeniowej metody *COMET* zrezygnowano z arbitralnego ustalania wag dla poszczególnych kryteriów [9].

Dalsza struktura rozdziału obejmuje szczegółowy opis procedury podejmowania decyzji indywidualnych z wykorzystaniem metody *COMET*, który wraz z podstawowymi definicjami dotyczącymi teorii zbiorów rozmytych został opisany w podrozdziale 4.1. Podrozdział 4.2 przedstawia w jaki sposób można zredukować liczbę porównań parami związaną z zjawiskiem przekleństwa wymiarowości, czyli wykładniczym wzrostem liczby wymaganych porównań parami względem wzrostu wymiarowości rozpatrywanego problemu. Badanie dokładności działania metody *COMET* oraz porównanie jej z najpopularniejszymi metodami wielokryterialnego podejmowania decyzji zostało zaprezentowane w podrozdziale 4.3. Całość rozdziału jest zakończona krótkim podsumowaniem umieszczonym w podrozdziale 4.4, gdzie zostały także wypunktowane kierunki dalszych badań nad rozwojem metody *COMET*.

## **4.1. Podejmowanie decyzji indywidualnych<sup>1</sup>**

Metoda *COMET* oparta jest na idei obiektów charakterystycznych, czyli punktów rozmieszczonych w przestrzeni stanu problemu. Obiekty te są wyznaczane jako kombinacja wartości charakterystycznych dla poszczególnych kryteriów. Wśród obiektów charakterystycznych występują nie tylko obiekty rzeczywiste, ale mogą również występować takie które nie reprezentują istniejących w rzeczywistości wariantów decyzyjnych. Dzięki temu odległości pomiędzy obiektami charakterystycznymi są przeważnie większe niż w przypadku rozpatrywanych alternatyw oraz regularnie rozmieszczone w przestrzeni co ułatwia proces osadzania dla nich stopni preferencji. Ta właściwość wynika bezpośrednio z prawa Webere-Fechnera i została opisana w [13].

Po wyznaczeniu zbioru obiektów charakterystycznych należy uporządkować go w kolejności od obiektu najsilniej preferowanego do obiektu o najsłabszym stopniu preferencji, a następnie za pomocą reguły nierozróżnialności Laplace'a przyporządkować im wartości preferencji w zakresie od 0 do 1, gdzie 0 oznacza obiekt najsłabiej preferowany, a wartość 1 oznacza obiekt najsilniej preferowany. Następnie stosując elementy teorii zbiorów rozmytych zapisywany jest zidentyfikowany model decyzyjny, który ma posłużyć do oceny rozpatrywanych alternatyw. Za pomocą wnioskowania rozmytego zostaje wyznaczona ocena stopnia preferencji dla każdego wariantu decyzyjnego z rozważanego zbioru wariantów, przy założeniu iż każdy wariant pochodzi z przestrzeni stanu problemu. W przeprowadzonym wnioskowaniu stosowana jest metoda wyostrażania (defuzyfikacji) oparta na singletonach, która

---

<sup>1</sup>sekcja powstała na podstawie opublikowanych artykułów: A1, A3, A5, A7, A9 oraz A10

zapewnia stosunkowo wysoką łatwość obliczeń przy zachowaniu odpowiedniej czułości modelu na zmianę danych wejściowych oraz ciągłość otrzymywanych wyników.

Opis metody COMET został podzielony na pięć etapów, gdzie każdy etap zostanie opisany w osobnej sekcji tego podrozdziału. Po każdej części przedstawiającej podstawy teoretyczne zostanie zaprezentowany przykład w celu lepszego zilustrowania działania metody *COMET*. Wcześniej jednak zaprezentowane zostaną podstawowe definicje z zakresu teorii zbiorów rozmytych [6, 7, 11], które mają za zadanie ułatwić czytelnikowi zrozumienie kolejnych sekcji.

### Definicja 1

Zbiorem rozmytym  $A$  w pewnej niepustej przestrzeni rozważań  $X$  nazywamy zbiór par (4.1):

$$A = \{(x, \mu_A(x)); x \in X\}, \quad (4.1)$$

gdzie

$$\mu_A(x) : X \rightarrow [0, 1], \quad (4.2)$$

jest funkcją przynależności zbioru rozmytego  $A$ . Funkcja (4.2) dla każdego elementu  $x \in X$  przyporządkowuje jego stopień przynależności do zbioru rozmytego  $A$ . Wyróżniamy trzy możliwe przypadki przynależności:

1.  $\mu_A(x) = 1$  pełna przynależność elementu  $x$  do zbioru rozmytego  $A$ , ( $x \in A$ ),
2.  $\mu_A(x) = 0$  brak przynależności elementu  $x$  do zbioru rozmytego  $A$ , ( $x \notin A$ ),
3.  $0 < \mu_A(x) < 1$  częściowa przynależność elementu  $x$  do zbioru rozmytego  $A$ .

### Definicja 2

*Singleton* jest to jednoelementowy zbiór rozmyty, gdzie jedynym elementem w pełni należącym do zbioru rozmytego  $A$  jest punkt  $\bar{x}$ . Zatem funkcja przynależności Singleton przyjmie następującą postać (4.3):

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{dla } x = \bar{x} \\ 0, & \text{dla } x \neq \bar{x} \end{cases} \quad (4.3)$$

### Definicja 3

*Liczbą rozmytą* nazywamy zbiór rozmyty  $A$  określony w zbiorze liczb rzeczywistych ( $A \subseteq R$ ), dla którego funkcja przynależności (4.4):

$$\mu_A : R \rightarrow [0, 1] \quad (4.4)$$

spełnia warunki:

1. zbiór rozmyty  $A$  jest normalny  $\sup_{x \in R} (\mu_A(x)) = 1$ ,

2. zbiór rozmyty  $A$  jest wypukły  $\mu_A[\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2] \geq \min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\}$ ,
3.  $\mu_A(x)$  jest funkcją przedziałami ciągłą.

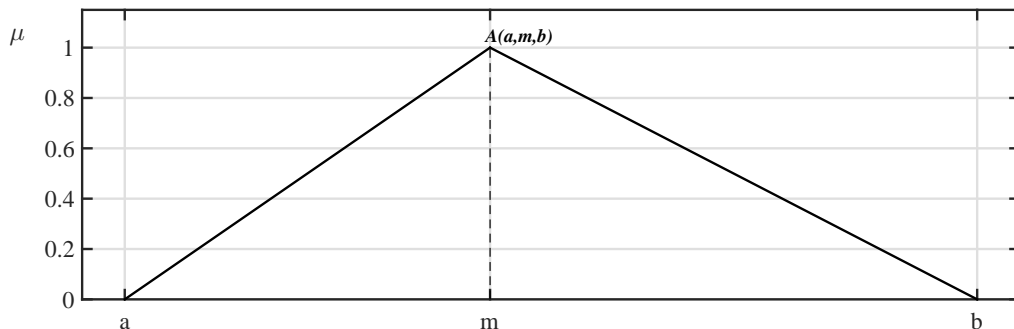
#### Definicja 4

Trójkątna liczba rozmyta  $A(a, m, b)$  (rysunek 4.1) jest to taka liczba rozmyta, której funkcja przynależności jest określona następującym wzorem (4.5):

$$\mu_{\tilde{A}}(x, a, m, b) = \begin{cases} 0 & x \leq a \\ \frac{x-a}{m-a} & a \leq x \leq m \\ 1 & x = m \\ \frac{b-x}{b-m} & m \leq x \leq b \\ 0 & x \geq b \end{cases} \quad (4.5)$$

oraz monotoniczną na odcinkach:

1.  $x_1, x_2 \in [a, m] \wedge x_2 > x_1 \Rightarrow \mu_A(x_2) > \mu_A(x_1)$
2.  $x_1, x_2 \in [m, b] \wedge x_2 > x_1 \Rightarrow \mu_A(x_2) < \mu_A(x_1)$



Rysunek 4.1. Przykład trójkątnej liczby rozmytej  $A(a, m, b)$

#### Definicja 5

Nośnikiem zbioru rozmytego  $A$  nazywamy podzbiór nierozmyty, którego wszystkie elementy posiadają niezerowy stopień przynależności do zbioru  $A$ , co określa się wzorem (4.6):

$$S(A) = \text{Supp}(A) = \{x : \mu_A(x) > 0, x \in X\} \quad (4.6)$$

#### Definicja 6

Jądrem zbioru rozmytego  $A$  nazywamy podzbiór nierozmyty złożony ze wszystkich elementów o stopniu przynależności równym 1. Jądro zbioru normalnego jest niepuste, a trójkątna liczba

rozmyta posiada w tym zbiorze dokładnie jedno jądro, którym jest wartość  $m$ . Jądro zbioru rozmytego zapisujemy formalnie jako:

$$C(A) = Core(A) = \{x : \mu_A(x) = 1, x \in X\} \quad (4.7)$$

### Definicja 7

Bazą reguł rozmytych, czyli tzw. modelem lingwistycznym, nazywamy zbiór rozmytych reguł  $R_i$ , ( $i = 1, \dots, N$ ), w postaci (4.8):

$$R_i : IF x_1 \sim A_{i1} AND x_2 \sim A_{i2} \dots THEN y_1 \sim B_{i1} AND y_2 \sim B_{i2} \dots \quad (4.8)$$

gdzie  $N$  oznacza liczbę rozmytych reguł,  $A_{ij}$  zbiory rozmyte należące do przestrzeni zmiennych wejściowych ( $i = 1, \dots, n$ ),  $B_{ik}$  zbiory rozmyte należące do przestrzeni zmiennych wyjściowych ( $j = 1, \dots, m$ ). Poszczególne reguły  $R_i$  są powiązane pomiędzy sobą za pomocą operatora logicznego *OR*. Każda reguła (4.8) składa się z części *IF*, nazywanej poprzednikiem (zbiór warunków) oraz części *THEN* zwanej następnikiem (zbiór wniosków).

### Definicja 8

Operator *T-normy* jest funkcją  $T$  modulującą operację połączenia *AND* dwóch zbiorów rozmytych  $A$  i  $B$  o następujących cechach spełnionych dla wszystkich  $x \in X$ :

1. przestrzeń odwzorowania  $T : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ ,
2. własność zerowania  $T(0, 0) = 0$ ,
3. tożsamość jedynek  $T(\mu_A(x), 1) = \mu_A(x)$  oraz  $T(1, \mu_B(x)) = \mu_B(x)$ ,
4. cecha przemienności  $T(\mu_A(x), \mu_B(x)) = T(\mu_B(x), \mu_A(x))$ ,
5. cecha asocjacji dowolnych par  $T(\mu_A(x), T(\mu_B(x), \mu_C(x))) = T(T(\mu_A(x), \mu_B(x)), \mu_C(x))$ ,
6. cecha monotoniczności  $\mu_A(x) \leq \mu_C(x), \mu_B(x) \leq \mu_D(x) \Rightarrow T(\mu_A(x), \mu_B(x)) \leq T(\mu_C(x), \mu_D(x))$

### Definicja 9

Operator *S-normy* (lub *T-konormy*) jest funkcją  $S$  modulującą operację połączenia *OR* dwóch zbiorów rozmytych  $A$  i  $B$  o następujących cechach spełnionych dla wszystkich  $x \in X$ :

1. przestrzeń odwzorowania  $S : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ ,
2. własność zerowania  $S(0, 0) = 0$ ,
3. element neutralny  $S(\mu_A(x), 0) = \mu_A(x)$  oraz  $S(0, \mu_B(x)) = \mu_B(x)$ ,
4. cecha przemienności  $S(\mu_A(x), \mu_B(x)) = S(\mu_B(x), \mu_A(x))$ ,
5. cecha asocjacji dowolnych par  $S(\mu_A(x), S(\mu_B(x), \mu_C(x))) = S(S(\mu_A(x), \mu_B(x)), \mu_C(x))$ ,



6. cecha monotoniczności  $\mu_A(x) \leq \mu_C(x), \mu_B(x) \leq \mu_D(x) \Rightarrow S(\mu_A(x), \mu_B(x)) \leq S(\mu_C(x), \mu_D(x))$

#### 4.1.1. Zdefiniowanie przestrzeni problemu

W pierwszym kroku identyfikacji modelu decyzyjnego przy zastosowaniu metody COMET, ekspert definiuje przestrzeń stanu rozwiązywanego problemu. Określa on wymiarowość problemu, czyli liczbę  $r$  zmiennych lingwistycznych, gdzie każdej zmiennej lingwistycznej przyporządkowane jest dokładnie pojedyncze składowe kryterium decyzyjne. Zmienne te będą oznaczane kolejno jako:  $C_1, C_2, C_3, \dots, C_r$ . Następnie, ekspert dla każdej zmiennej lingwistycznej  $C_i$ , gdzie  $i = 1, 2, \dots, r$ , określa jej przestrzeń numeryczną podając minimalną oraz maksymalną wartość jaka jest rozpatrywana w identyfikowanym modelu. Wartości te są również podstawowymi wartościami charakterystycznymi. Kolejne wartości charakterystyczne są wybierane przez eksperta na podstawie jego wiedzy oraz doświadczenia i powinny w jak najlepszym stopniu być dopasowane do rozpatrywanego problemu. Natomiast, w przypadku gdy przestrzeń numeryczna nie posiada wartości charakterystycznych lub są one trudne do zidentyfikowania można rozważyć wybór w ich miejsce punktów równomiernie rozłożonych. W efekcie dla każdego kryterium, reprezentowanego przez  $C_i$ , zostaje zidentyfikowana liczba  $c_i$  uporządkowanych rosnąco wartości charakterystycznych, gdzie  $c_i \geq 2$ . Na ich podstawie tworzone są trójkątne liczby rozmyte, które określają stopień przynależności do wartości lingwistycznych tworzących przestrzeń lingwistyczną. Trójkątne liczby rozmyte dla każdej zmiennej lingwistycznej powstają w następujący sposób: jądro  $j$ -tej trójkątnej liczby rozmytej  $m_j$  jest równe  $j$ -tej wartości charakterystycznej, a granice nośnika tej liczby  $(a_j, b_j)$  określone są odpowiednio przez wartość charakterystyczną poprzednią  $(j - 1)$  oraz następną  $(j + 1)$  względem aktualnie rozpatrywanej. Wyjątkiem jest pierwsza i ostatnia rozmyta liczba trójkątna, gdzie odpowiednio  $a_1 = m_1$  oraz  $m_{c_i} = b_{c_i}$ . Kończącym efektem działania pierwszego etapu jest zestaw  $r$  zmiennych lingwistycznych reprezentujących odpowiednie kryteria wraz ze zdefiniowanymi zestawami trójkątnych liczb rozmytych w postaci (4.9). Zostało to zilustrowane za pomocą przykładu 4.1.1.

$$\begin{aligned}
 C_1 &= \{C_{11}, C_{12}, \dots, C_{1c_1}\} \\
 C_2 &= \{C_{21}, C_{22}, \dots, C_{2c_2}\} \\
 &\dots\dots\dots \\
 C_r &= \{C_{r1}, C_{r2}, \dots, C_{rc_r}\}
 \end{aligned}
 \tag{4.9}$$

**Przykład 4.1.1.** Rozważmy problem oceny wydolności pracy nerek na podstawie przesączenia kłębuszkowego, czyli zdolności nerek do przefiltrowania osocza krwi do tak zwanego moczu pierwotnego. Im wydolność nerek jest niższa tym stan pacjenta jest bardziej poważny. Model zostanie określony z dodatkowym ograniczeniem, gdyż dotyczyć będzie wyłącznie pacjentów płci męskiej. Do oceny wydolności nerek zostały rekomendowane trzy zmienne lingwistyczne

wraz z odpowiadającymi im zakresami:

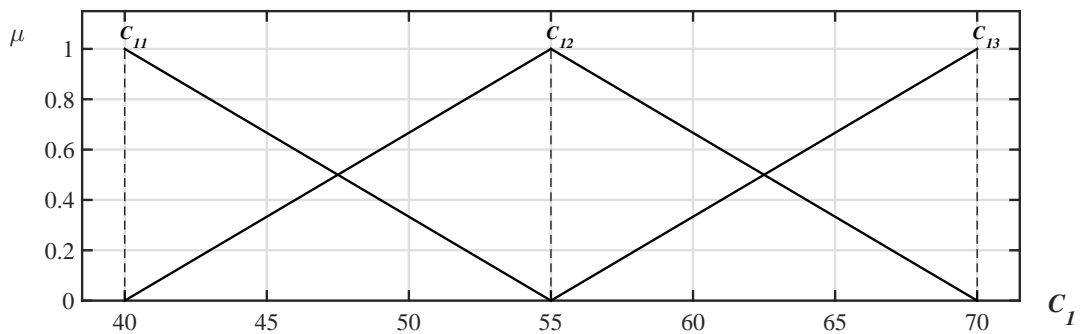
$C_1$  - wiek pacjenta w przedziale od 40 do 70 lat,

$C_2$  - masa ciała w zakresie od 60 do 125 kilogramów oraz

$C_3$  - stężenie kreatyniny w surowicy w granicach od 20 do 160  $\mu\text{mol/L}$

Następnie, dla kryterium  $C_1$  jako wartości charakterystyczne ekspert wskazuje: 40, 55 oraz 70 lat; dla kryterium  $C_2$  jako wartości charakterystyczne wytypowano 60, 80 oraz 125 kg masy ciała; dla kryterium  $C_3$  jako wartości charakterystyczne użyto 20, 60, 90, 120 oraz 160  $\mu\text{mol/L}$ . Dla wieku pacjenta podano równomierny rozkład, gdzie wiek 55 jest środkiem rozpatrywanego przedziału. Dla masy ciała oprócz wartości brzegowych wskazano wartość zbliżoną do przeciętnej masy mężczyzny. W przypadku stężenia kreatyniny podano wartości brzegowe rozpatrywanej domeny (20, 160  $\mu\text{mol/L}$ ) oraz wartości graniczne (60, 120  $\mu\text{mol/L}$ ) i wartość oczekiwaną (90  $\mu\text{mol/L}$ ) prawidłowego stężenia kreatyniny w surowicy krwi. W ten sposób uzyskano trzy zmienne lingwistyczne wraz z odpowiadającymi im trójkątnymi liczbami rozmytymi (4.10). Rysunki 4.2, 4.3 oraz 4.4 przedstawiają wizualizację wszystkich trójkątnych liczb rozmytych dla poszczególnych zmiennych lingwistycznych.

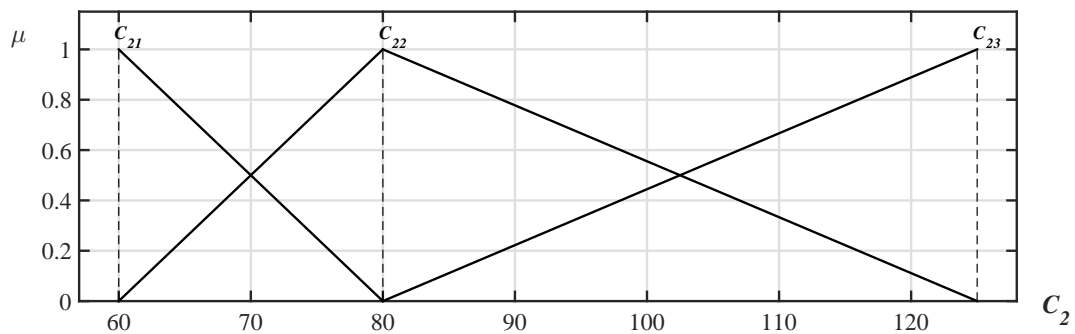
$$\begin{aligned} C_1 &= \{C_{11}, C_{12}, C_{13}\} \\ C_2 &= \{C_{21}, C_{22}, C_{23}\} \\ C_3 &= \{C_{31}, C_{32}, C_{33}, C_{34}, C_{35}\} \end{aligned} \quad (4.10)$$



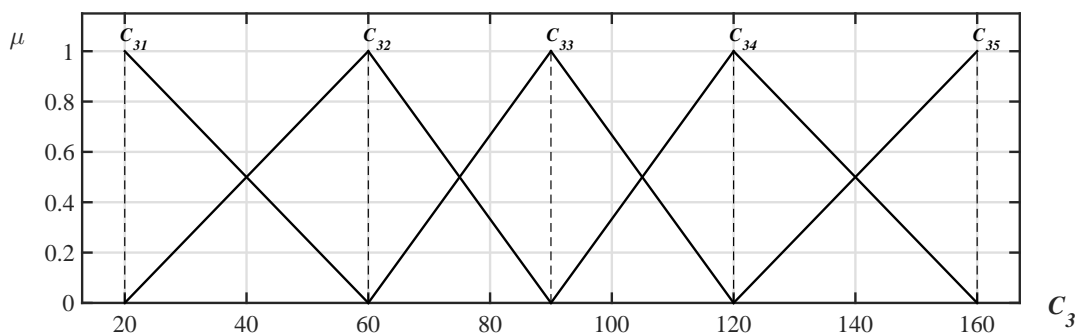
Rysunek 4.2. Wizualizacja zmiennej lingwistycznej określającej wiek pacjenta ( $C_1$ ) oraz trójkątnych liczb rozmytych około 40 ( $C_{12}$ ), około 55 ( $C_{12}$ ) i około 70 lat ( $C_{13}$ ).

#### 4.1.2. Generowanie obiektów charakterystycznych

Na podstawie wcześniej zidentyfikowanych zmiennych lingwistycznych wyznaczone zostaną obiekty charakterystyczne. Powstają one jako iloczyn kartezjański zbiorów, gdzie pojedynczy zbiór zawiera wartości charakterystyczne pojedynczej zmiennej lingwistycznej. Operację tą można określić formalnie jako iloczyn kartezjański zbiorów składających się z jąder



Rysunek 4.3. Wizualizacja zmiennej lingwistycznej określającej masę ciała pacjenta ( $C_2$ ) oraz trójkątnych liczb rozmytych około 60 ( $C_{21}$ ), około 80 ( $C_{22}$ ) i około 125 kg ( $C_{23}$ ).



Rysunek 4.4. Wizualizacja zmiennej lingwistycznej określającej stężenie kreatyniny w surowicy ( $C_3$ ) oraz trójkątnych liczb rozmytych około 20 ( $C_{31}$ ), około 60 ( $C_{32}$ ), około 90 ( $C_{33}$ ), około 120 ( $C_{34}$ ) i około 160  $\mu\text{mol/L}$  ( $C_{35}$ ).

trójkątnych liczb rozmytych. Każdej zmiennej lingwistycznej odpowiada dokładnie jeden zbiór takich elementów. Przedstawia to wzór (4.11):

$$CO = C(C_1) \times C(C_2) \times \dots \times C(C_r) \quad (4.11)$$

W rezultacie otrzymuje się uporządkowany zbiór wszystkich obiektów charakterystycznych w postaci (4.12), gdzie wartość  $t$  oznacza liczbę uzyskanych obiektów charakterystycznych (4.13). Procedura generowania obiektów charakterystycznych zostało zilustrowana szczegółowo w przykładzie 4.1.2

$$\begin{aligned} CO_1 &= \{C(C_{11}), C(C_{21}), \dots, C(C_{r1})\} \\ CO_2 &= \{C(C_{11}), C(C_{21}), \dots, C(C_{r2})\} \\ &\dots\dots\dots \\ CO_t &= \{C(C_{1c_1}), C(C_{2c_2}), \dots, C(C_{rc_r})\} \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$t = \prod_{i=1}^r c_i \quad (4.13)$$

**Przykład 4.1.2.** Przykład ten ilustruje w jaki sposób powstają obiekty charakterystyczne i jest on kontynuacją przykładu 4.1.1. Obiekty charakterystyczne zostaną wygenerowane na

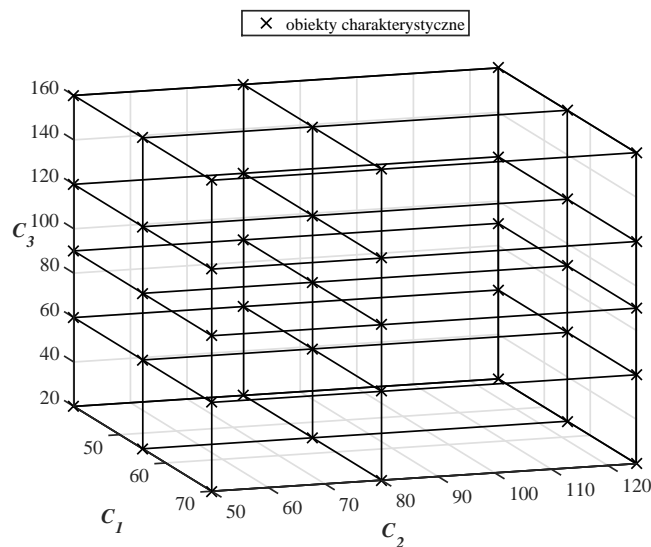
Tablica 4.1. Zbiór 45 obiektów charakterystycznych wygenerowanych w przykładzie 4.1.2

$CO_i$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$CO_i$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$CO_i$	$C_1$	$C_2$	$C_3$
$CO_1$	40	60	20	$CO_{16}$	55	60	20	$CO_{31}$	70	60	20
$CO_2$	40	60	60	$CO_{17}$	55	60	60	$CO_{32}$	70	60	60
$CO_3$	40	60	90	$CO_{18}$	55	60	90	$CO_{33}$	70	60	90
$CO_4$	40	60	120	$CO_{19}$	55	60	120	$CO_{34}$	70	60	120
$CO_5$	40	60	160	$CO_{20}$	55	60	160	$CO_{35}$	70	60	160
$CO_6$	40	80	20	$CO_{21}$	55	80	20	$CO_{36}$	70	80	20
$CO_7$	40	80	60	$CO_{22}$	55	80	60	$CO_{37}$	70	80	60
$CO_8$	40	80	90	$CO_{23}$	55	80	90	$CO_{38}$	70	80	90
$CO_9$	40	80	120	$CO_{24}$	55	80	120	$CO_{39}$	70	80	120
$CO_{10}$	40	80	160	$CO_{25}$	55	80	160	$CO_{40}$	70	80	160
$CO_{11}$	40	125	20	$CO_{26}$	55	125	20	$CO_{41}$	70	125	20
$CO_{12}$	40	125	60	$CO_{27}$	55	125	60	$CO_{42}$	70	125	60
$CO_{13}$	40	125	90	$CO_{28}$	55	125	90	$CO_{43}$	70	125	90
$CO_{14}$	40	125	120	$CO_{29}$	55	125	120	$CO_{44}$	70	125	120
$CO_{15}$	40	125	160	$CO_{30}$	55	125	160	$CO_{45}$	70	125	160

podstawie wzoru (4.11), który dla poniższego przykładu przyjmie postać (4.14):

$$CO = \{40, 55, 70\} \times \{60, 80, 125\} \times \{20, 60, 90, 120, 160\} \quad (4.14)$$

Łącznie uzyskamy w ten sposób 45 obiektów charakterystycznych, co wynika z wzoru (4.13) oraz liczby wartości lingwistycznych dla każdej zmiennej, która dla dwóch pierwszych zmiennych wynosi 3, a dla ostatniej zmiennej 5 wartości lingwistycznych. W tabeli 4.1 przedstawione zostały szczegółowo wszystkie wygenerowane obiekty charakterystyczne. Ich wizualizacja zaś została przedstawiona na rysunku 4.5.



Rysunek 4.5. Wizualizacja przestrzeni stanu problemu dla przykładu 4.1.2

### 4.1.3. Ranking obiektów charakterystycznych

Kolejny krok polega na wyznaczeniu macierzy ocen eksperckich  $MEJ$  (ang. Matrix of Expert Judgment), która powstaje poprzez porównanie parami wszystkich obiektów charakterystycznych. Struktura macierzy MEJ przyjmuje następującą formę (4.15):

$$MEJ = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1t} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2t} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{t1} & \alpha_{t2} & \dots & \alpha_{tt} \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

gdzie  $\alpha_{ij}$  jest wartością wynikającą z porównania obiektów charakterystycznych  $CO_i$  oraz  $CO_j$  dokonanej przez eksperta. W porównywanej parze obiektów ekspert wskazuje obiekt, który uważa za preferowany w zadanym kontekście. Jeżeli preferencje obu obiektów są w przybliżeniu równe to wówczas ekspert może mieć problem ze wskazaniem preferencji (najczęściej będzie wskazana wówczas relacja równoważności). Do zapisu ocen eksperta zostanie użyta skala trójwartościowa, która formalnie może zostać przedstawiona jako (4.16):

$$\alpha_{ij} = f(CO_i, CO_j) = \begin{cases} 0.0, & f_{exp}(CO_i) < f_{exp}(CO_j) \\ 0.5, & f_{exp}(CO_i) = f_{exp}(CO_j) \\ 1.0, & f_{exp}(CO_i) > f_{exp}(CO_j) \end{cases} \quad (4.16)$$

gdzie  $f_{exp}$  jest funkcją mentalnej oceny eksperta. Funkcja ta nie jest znana w sposób jawny ani formalny oraz zależy od wiedzy i doświadczenia konkretnego eksperta. Innymi słowy, dokonując każdego porównania ekspert rozdziela 1 punkt dla obiektów w danej parze zgodnie ze swoją oceną. Macierz  $MEJ$  może zostać przedstawiona jako suma macierzy diagonalnej, górnej macierzy trójkątnej oraz dolnej macierzy trójkątnej. Macierz diagonalna jest wówczas wyznaczona za pomocą prostej własności (4.17), a zależność pomiędzy elementami pozostałych dwóch macierzy jest opisana wzorem (4.18).

$$\alpha_{ii} = f(CO_i, CO_i) = 0.5 \quad (4.17)$$

$$\alpha_{ji} = 1 - \alpha_{ij} \quad (4.18)$$

Dzięki takiej reprezentacji macierzy  $MEJ$  widocznym jest, iż liczba zapytań do eksperta nie jest równa  $t^2$ , a jest zredukowana do wykonania  $p$  niezbędnych porównań parami (4.19):

$$p = \binom{t}{2} = \frac{t(t-1)}{2} \quad (4.19)$$

Na podstawie otrzymanej macierzy  $MEJ$  wyznaczany jest kolejno pionowy wektor  $SJ$ , który oznacza sumę uzyskanych punktów przez każdy obiekt charakterystyczny na etapie oceny eksperckiej. Wektor ten powstaje jako suma wszystkich poszczególnych wierszy macierzy  $MEJ$  co może zostać zapisane jako (4.20):

$$SJ_i = \sum_{j=1}^t \alpha_{ij} \quad (4.20)$$

Ostatnim krokiem na tym etapie, jest przypisanie dla każdego obiektu charakterystycznego odpowiedniej wartości preferencji. Obiekt (lub obiekty) które otrzymały najwięcej punktów przy ocenie eksperckiej muszą otrzymać wartość preferencji równą 1. Natomiast, obiekt (lub obiekty) które otrzymały najmniej punktów są nieakceptowalne i otrzymują wartość preferencji równą 0. W wyniku ma powstać pionowy wektor preferencji  $P$ , gdzie wartość  $i$  – tego wiersza oznacza wartość preferencji dla  $i$  – tego obiektu charakterystycznego. W celu osadzenia wszystkich wartości wektora  $P$  określany jest ranking szeregujący sumy ocen  $SJ$  od najwyższej do najniższej. Następnie wyznaczana jest liczba  $k$  wszystkich niepowtarzalnych wartości należących do wektora  $SJ$ , która odpowiada liczbie wszystkich miejsc w rankingu (niektóre obiekty mogą uzyskać to samo miejsce w rankingu). Na podstawie wartości  $k$  oraz reguły nierozróżnialności Laplace’a [19] obliczana jest wartość  $\delta$  skoku (różnicy) pomiędzy kolejnymi wartościami preferencji (4.21):

$$\delta = \frac{1}{k - 1} \quad (4.21)$$

Następnie na podstawie rankingu wyznaczany jest wektor  $P$ , gdzie obiekt zajmujący pierwsze miejsce w rankingu otrzymuje wartość preferencji równą 1, a obiekt (lub obiekty) znajdujące się na kolejnym miejscu w rankingu otrzymują wartość mniejszą o wartość  $\delta$ . To samo dotyczy kolejnych miejsc rankingu. Obiekt (lub obiekty) na ostatnim miejscu otrzymują zawsze 0 jako wartość preferencji. Algorytm 4.1 to fragment kodu w języku Matlab prezentujący opisaną powyżej procedurę wyznaczania wektora preferencji. Na koniec sekcja ta została zilustrowana za pomocą przykładu 4.1.3.

Algorytm 4.1. Procedura wyznaczenia wartości wektora preferencji  $P$  na podstawie  $SJ$

```

1: k = length(unique(SJ));
2: P = zeros(t,1);
3: for i = 1:k
4:     ind = find(SJ == max(SJ));
5:     P(ind) = (k - i) / (k - 1);
6:     SJ(ind) = 0;
7: end

```

Tablica 4.2. Wartości  $GFR$  dla 45 obiektów charakterystycznych.

$CO_i$	$GFR$	$CO_i$	$GFR$	$CO_i$	$GFR$
$CO_1$	368,3333	$CO_{16}$	313,0833	$CO_{31}$	257,8333
$CO_2$	122,7778	$CO_{17}$	104,3611	$CO_{32}$	85,9444
$CO_3$	81,8519	$CO_{18}$	69,5741	$CO_{33}$	57,2963
$CO_4$	61,3889	$CO_{19}$	52,1806	$CO_{34}$	42,9722
$CO_5$	46,0417	$CO_{20}$	39,1354	$CO_{35}$	32,2292
$CO_6$	491,1111	$CO_{21}$	417,4444	$CO_{36}$	343,7778
$CO_7$	163,7037	$CO_{22}$	139,1481	$CO_{37}$	114,5926
$CO_8$	109,1358	$CO_{23}$	92,7654	$CO_{38}$	76,3951
$CO_9$	81,8519	$CO_{24}$	69,5741	$CO_{39}$	57,2963
$CO_{10}$	61,3889	$CO_{25}$	52,1806	$CO_{40}$	42,9722
$CO_{11}$	767,3611	$CO_{26}$	652,2569	$CO_{41}$	537,1528
$CO_{12}$	255,7870	$CO_{27}$	217,4190	$CO_{42}$	179,0509
$CO_{13}$	170,5247	$CO_{28}$	144,9460	$CO_{43}$	119,3673
$CO_{14}$	127,8935	$CO_{29}$	108,7095	$CO_{44}$	89,5255
$CO_{15}$	95,9201	$CO_{30}$	81,5321	$CO_{45}$	67,1441

**Przykład 4.1.3.** Przykład ten zilustruje na podstawie przykładu 4.1.2 proces budowy rankingu obiektów charakterystycznych oraz wektora preferencji  $P$ . W celu przedstawienia mechanizmu działania metody zamiast rzeczywistego eksperta zostanie zastosowany wskaźnik filtracji kłębuszkowej  $GFR$  (ang. glomerular filtration rate), który określa zdolność nerki do ilościowego przefiltrowania osocza w jednostce czasu. Pozwoli to na pokazanie w jaki sposób uzupełniana jest macierz  $MEJ$ . Tabela 4.2 zawiera wartości wskaźnika  $GFR$  dla każdego obiektu charakterystycznego. Następnie przechodzimy do uzupełnienia macierzy  $MEJ$ . Przykładowo obiekt  $CO_2$  oraz  $CO_3$  cechują się odpowiednio wskaźnikami  $GFR$  122,7778 oraz 81,8519. Oznacza to, iż obiekt  $CO_2$  jest w tej parze obiektem preferowanym i zostanie to zapisane jako  $\alpha_{23} = 1$  (oraz odpowiednio  $\alpha_{32} = 0$  na podstawie (4.18)). Następnie ten oraz wszystkie pozostałe wyniki porównań parami są zapisywane do macierzy  $MEJ$  (4.22):

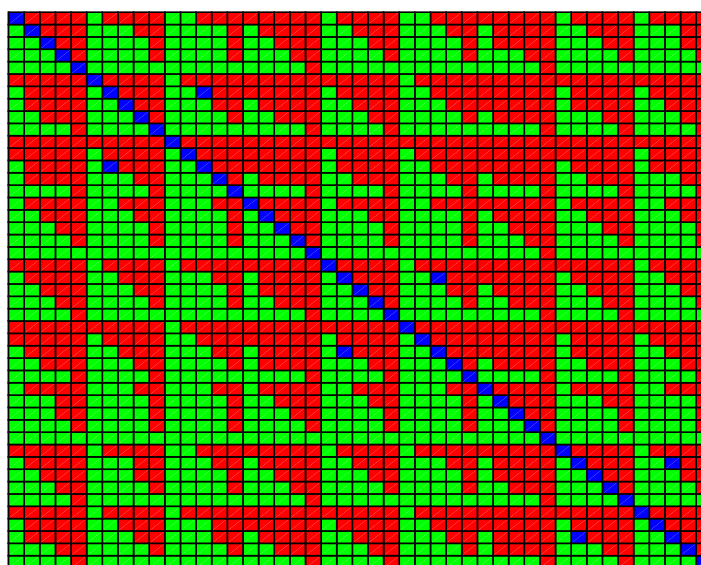
$$MEJ = \begin{pmatrix} 0,5 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 0,5 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0,5 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0,5 \end{pmatrix}_{45,45} \quad (4.22)$$

Ze względu na rozmiar macierzy  $MEJ$  zostanie ona przedstawiona w postaci graficznej, gdzie na rysunku 4.6 znajduje się prostokąt z komórkami umieszczonymi w 45 wierszach oraz 45 kolumnach. Każda komórka reprezentuje jedno porównanie parami. Numeracja wierszy i kolumn zaczyna się od jedyńki od lewego górnego rogu. Wartość jeden została zakodowana kolorem czerwonym, zero kolorem zielonym oraz 0.5 kolorem niebieskim.

Tablica 4.3. Wartości wektora  $SJ$  oraz wektora  $P$  dla przykładu 4.1.3.

$CO_i$	$SJ$	$P$	$CO_i$	$SJ$	$P$	$CO_i$	$SJ$	$P$
$CO_1$	39,5	33/38	$CO_{16}$	37,5	31/38	$CO_{31}$	36,5	15/19
$CO_2$	27,5	21/38	$CO_{17}$	22,5	8/19	$CO_{32}$	18,5	6/19
$CO_3$	17,0	11/38	$CO_{18}$	13,0	4/19	$CO_{33}$	8,0	5/38
$CO_4$	10,0	3/19	$CO_{19}$	6,0	2/19	$CO_{34}$	3,0	1/19
$CO_5$	4,5	3/38	$CO_{20}$	1,5	1/38	$CO_{35}$	0,5	0
$CO_6$	41,5	35/38	$CO_{21}$	40,5	17/19	$CO_{36}$	38,5	16/19
$CO_7$	31,5	25/38	$CO_{22}$	29,5	23/38	$CO_{37}$	25,5	1/2
$CO_8$	24,5	9/19	$CO_{23}$	20,5	7/19	$CO_{38}$	14,5	9/38
$CO_9$	17,0	11/38	$CO_{24}$	13,0	4/19	$CO_{39}$	8,0	5/38
$CO_{10}$	10,0	3/19	$CO_{25}$	6,0	2/19	$CO_{40}$	3,0	1/19
$CO_{11}$	44,5	1	$CO_{26}$	43,5	37/38	$CO_{41}$	42,5	18/19
$CO_{12}$	35,5	29/38	$CO_{27}$	34,5	14/19	$CO_{42}$	33,5	27/38
$CO_{13}$	32,5	13/19	$CO_{28}$	30,5	12/19	$CO_{43}$	26,5	10/19
$CO_{14}$	28,5	11/19	$CO_{29}$	23,5	17/38	$CO_{44}$	19,5	13/38
$CO_{15}$	21,5	15/38	$CO_{30}$	15,5	5/19	$CO_{45}$	11,5	7/38

W rzeczywistym problemie identyfikując macierz  $MEJ$  polegamy tylko na opinii eksperta, czyli nie posiadamy wiedzy na temat ilościowej oceny omawianych obiektów. Po wypełnieniu macierzy  $MEJ$  sumujemy wszystkie jej wiersze w celu uzyskania wektora  $SJ$ , który został przedstawiony w Tabeli 4.3. Zawiera on 39 niepowtarzających się wartości, na podstawie których wyznaczana jest wartość  $\delta = 1/38$ . Najwięcej punktów w wektorze  $SJ$  zdobył obiekt  $CO_{11}$ , który jest również ulokowany na pierwszym miejscu rankingu. Obiektowi temu zostaje przyporządkowana wartość preferencji 1. Drugie miejsce w rankingu zdobył obiekt  $CO_{26}$ , który otrzymał wartość preferencji równą  $37/38$ . trzecie miejsce w rankingu to obiekt  $CO_{41}$ . W ten sposób uzupełniany jest cały wektor  $P$  który wraz z wektorem  $SJ$  został zaprezentowany w Tablicy 4.3.



Rysunek 4.6. Graficzna reprezentacja macierzy  $MEJ$  dla przykładu 4.1.3



#### 4.1.4. Model lingwistyczny

Każdy obiekt charakterystyczny  $CO_i$  wraz z osadzoną wartością preferencji  $P_i$  przekształcany zostanie w regułę rozmytą (4.23), gdzie wartość  $P_i$  jest singletonem. W formie szczegółowej przyjmuje następującą postać (4.24):

$$IF\ CO_i\ THEN\ P_i \quad (4.23)$$

$$IF\ C_1 \sim C_{1i}\ AND\ C_2 \sim C_{2i}\ AND\ \dots\ THEN\ P_i \quad (4.24)$$

Model lingwistyczny, czyli kompletna baza reguł powstaje po przekształceniu wszystkich obiektów charakterystycznych i można ją wówczas zapisać jako (4.25):

$$\begin{aligned} R_1 : & IF\ CO_1\ THEN\ P_1 \\ R_2 : & IF\ CO_2\ THEN\ P_2 \\ \dots & \dots \dots \dots \dots \\ R_t : & IF\ CO_t\ THEN\ P_t \end{aligned} \quad (4.25)$$

Najważniejszą właściwością otrzymanego modelu jest jego kompletność, co oznacza, że każdy element przestrzeni rozważań wejść jest przypisany do co najmniej jednego zbioru rozmytego z niezerowym stopniem przynależności. Wnioskowanie w zidentyfikowanym modelu lingwistycznym będzie realizowane zgodnie z tautologią Uogólniony Modus Ponens z wykorzystaniem odpowiednio iloczynu i sumy algebraicznej jako operatorów T-normy i S-normy. Defuzyfikacja przeprowadzana będzie za pomocą metody singletonów [7]. W przykładzie 4.1.4 został zaprezentowany model lingwistyczny w celu lepszego zilustrowania omówionej procedury.

**Przykład 4.1.4.** W poniższym przykładzie zostanie zaprezentowany fragment przykładowego modelu lingwistycznego. Rozmyta baza reguł zostanie wyznaczona dla przykładu 4.1.3 zgodnie z wartościami zawartymi w Tabeli 4.3 oraz Tabeli 4.1. Fragment modelu lingwistycznego został przedstawiony jako 4.26:

$$\begin{aligned} R_1 : & IF\ C_1 \sim 40\ AND\ C_2 \sim 60\ AND\ C_3 \sim 20\ THEN\ P \sim 33/38 \\ R_2 : & IF\ C_1 \sim 40\ AND\ C_2 \sim 60\ AND\ C_3 \sim 60\ THEN\ P \sim 21/38 \\ R_3 : & IF\ C_1 \sim 40\ AND\ C_2 \sim 60\ AND\ C_3 \sim 90\ THEN\ P \sim 11/38 \\ R_4 : & IF\ C_1 \sim 40\ AND\ C_2 \sim 60\ AND\ C_3 \sim 120\ THEN\ P \sim 3/19 \\ R_5 : & IF\ C_1 \sim 40\ AND\ C_2 \sim 60\ AND\ C_3 \sim 160\ THEN\ P \sim 3/38 \\ \dots & \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ R_{45} : & IF\ C_1 \sim 70\ AND\ C_2 \sim 125\ AND\ C_3 \sim 160\ THEN\ P \sim 7/38 \end{aligned} \quad (4.26)$$

#### 4.1.5. Ocena alternatyw oraz ranking końcowy

Każda alternatywa jest zdefiniowana jako zbiór ostrych wartości atrybutów, które odpowiadają poszczególnym zmiennym lingwistycznym modelu. Przykładowo  $i$ -ta alternatywa zostanie zapisana jako (4.27):

$$A_i = \{a_{1i}, a_{2i}, \dots, a_{ri}\} \quad (4.27)$$

gdzie wartości kolejnych atrybutów  $a_{1i}, a_{2i}, \dots, a_{ri}$  są określone jako (4.28):

$$\begin{aligned} a_{1i} &\in [C(C_{11}), C(C_{1c_1})] \\ a_{2i} &\in [C(C_{21}), C(C_{2c_2})] \\ &\dots\dots\dots \\ a_{ri} &\in [C(C_{r1}), C(C_{rc_r})] \end{aligned} \quad (4.28)$$

Każda alternatywa aktywuje określoną liczbę reguł (nie więcej jednak niż  $2^r$ ), dla których określa się stopień aktywacji jako iloczyn stopnia przynależności wszystkich przesłanek. Suma wszystkich stopni aktywacji reguł rozmytych wynosi jeden. Wartość preferencji każdej alternatywy jest natomiast wyliczana jako suma produktu stopnia aktywacji wszystkich aktywowanych reguł oraz przyporządkowanej do nich wartości preferencji. Ostateczny ranking alternatyw uzyskuje się poprzez sortowanie wyliczonych stopni preferencji. Przykład 4.1.5 ilustruje proces oceny alternatyw na podstawie uzyskanego modelu lingwistycznego.

**Przykład 4.1.5.** *Poniższy przykład wykorzystuje model lingwistyczny przedstawiony jako (4.26). Na początku w przestrzeni stanu problemu losowo wybieramy 20 alternatyw w celu ustanowienia zbioru rozpatrywanych wariantów decyzyjnych. Wartości ich atrybutów zostały przedstawione w tabeli 4.5. Następnie na podstawie modelu lingwistycznego przeprowadzamy wnioskowanie oceny preferencji dla każdego analizowanego wariantu decyzyjnego. Procedura obliczeniowa zostanie szczegółowo zaprezentowana dla alternatywy  $A_1$ , która reprezentuje pacjenta w wieku 53 lat, ważącego 71 kg oraz ze 159  $\mu\text{mol/L}$  stężenia kreatyniny w surowicy. Na podstawie wzoru (4.1) obliczane są poszczególne stopnie przynależności dla przesłanek w postaci rozpatrywanych atrybutów, a ich wyniki zostały reprezentowane jako (4.29):*

$$\begin{aligned} \mu_{C_{11}}(53) &= \frac{2}{15} & \mu_{C_{12}}(53) &= \frac{13}{15} & \mu_{C_{13}}(53) &= 0 \\ \mu_{C_{21}}(71) &= 0,45 & \mu_{C_{22}}(71) &= 0,55 & \mu_{C_{23}}(71) &= 0 \\ \mu_{C_{31}}(139) &= 0 & \mu_{C_{32}}(139) &= 0 & \mu_{C_{33}}(139) &= 0 \\ \mu_{C_{34}}(139) &= 0,525 & \mu_{C_{35}}(139) &= 0,475 & & \end{aligned} \quad (4.29)$$

Wyznaczone stopnie przynależności atrybutów alternatywy  $A_1$  aktywują 8 reguł rozmytych. Oznacza to, iż w wyniku zastosowania operatora  $T$  modelującego, w postaci iloczynu algebraicznego, otrzymaliśmy niezerowy stopień aktywacji tylko dla 8 z 45 reguł rozmytych.

Tylko aktywowane reguły, które zostały przedstawione jako (4.30), mają wpływ na ocenę końcową rozpatrywanego wariantu decyzyjnego  $A_1$ . Poszczególne stopnie aktywacji oraz oceny częściowe dla poszczególnych reguł zostały przedstawione w Tabeli 4.4.

$$\begin{aligned}
 R_4 : IF \quad C_1 \sim 40 \quad AND \quad C_2 \sim 60 \quad AND \quad C_3 \sim 120 \quad THEN \quad P \sim 3/19 \\
 R_5 : IF \quad C_1 \sim 40 \quad AND \quad C_2 \sim 60 \quad AND \quad C_3 \sim 160 \quad THEN \quad P \sim 3/38 \\
 R_9 : IF \quad C_1 \sim 40 \quad AND \quad C_2 \sim 80 \quad AND \quad C_3 \sim 120 \quad THEN \quad P \sim 11/38 \\
 R_{10} : IF \quad C_1 \sim 40 \quad AND \quad C_2 \sim 80 \quad AND \quad C_3 \sim 160 \quad THEN \quad P \sim 3/19 \\
 R_{19} : IF \quad C_1 \sim 55 \quad AND \quad C_2 \sim 60 \quad AND \quad C_3 \sim 120 \quad THEN \quad P \sim 2/19 \\
 R_{20} : IF \quad C_1 \sim 55 \quad AND \quad C_2 \sim 60 \quad AND \quad C_3 \sim 160 \quad THEN \quad P \sim 1/38 \\
 R_{24} : IF \quad C_1 \sim 55 \quad AND \quad C_2 \sim 80 \quad AND \quad C_3 \sim 120 \quad THEN \quad P \sim 4/19 \\
 R_{25} : IF \quad C_1 \sim 55 \quad AND \quad C_2 \sim 80 \quad AND \quad C_3 \sim 160 \quad THEN \quad P \sim 2/19
 \end{aligned} \tag{4.30}$$

Tabela 4.4. Stopnie aktywacji oraz oceny cząstkowe z reguł aktywowanych przy ocenie alternatywy  $A_1$

$R_i$	$R_4$	$R_5$	$R_9$	$R_{10}$	$R_{19}$	$R_{20}$	$R_{24}$	$R_{25}$
$P_i$	0,1579	0,0789	0,2895	0,1579	0,1053	0,0263	0,2105	0,1053
Stopień aktywacji	0,0315	0,0285	0,0385	0,0348	0,2048	0,1853	0,2503	0,2264
Ocena częściowa	0,0050	0,0023	0,0111	0,0055	0,0216	0,0049	0,0527	0,0238

Tabela 4.5. Zbiór wybranych alternatyw, ich wartości ocen oraz rankingów końcowych za pomocą metody *COMET* i medycznego wskaźnika *GFR*.

$A_i$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	COMET	GFR	rank(COMET)	rank(GFR)
$A_1$	53	71	139	0,1268	54,5610	2	2
$A_2$	51	112	107	0,4809	114,3784	10	10
$A_3$	62	110	69	0,4739	152,6715	9	9
$A_4$	54	94	92	0,4452	107,8843	7	8
$A_5$	46	71	76	0,4570	107,8183	8	7
$A_6$	55	99	31	0,8546	333,2823	20	20
$A_7$	53	77	54	0,6314	152,3127	14	14
$A_8$	59	103	37	0,8101	276,8473	18	18
$A_9$	61	105	46	0,7482	221,4004	16	16
$A_{10}$	63	109	54	0,7009	190,8285	15	15
$A_{11}$	48	89	78	0,5406	128,8852	12	12
$A_{12}$	60	65	27	0,7559	236,4609	17	17
$A_{13}$	60	75	146	0,1016	50,4566	1	1
$A_{14}$	45	119	152	0,3580	91,3160	3	4
$A_{15}$	44	70	89	0,3645	92,7041	5	5
$A_{16}$	55	107	88	0,5764	126,8936	13	13
$A_{17}$	69	95	67	0,5208	123,6024	11	11
$A_{18}$	50	85	146	0,3715	64,3322	6	6
$A_{19}$	48	65	72	0,3603	90,8897	4	3
$A_{20}$	47	89	36	0,8175	282,2866	19	19

Sumując wszystkie oceny cząstkowe uzyskujemy wartość końcową preferencji alternatywy  $A_1$  na poziomie 0,1268. W ten sam sposób wyznaczane są wartości preferencji dla pozostałych alternatyw. Otrzymane wyniki zostaną zweryfikowane z wartościami oszacowanymi za pomocą wskaźnika GFR, który w rozpatrywanym problemie stanowi wartość referencyjną. Tabela 4.5 przedstawia oceny rozpatrywanych alternatyw wraz z rankingami końcowymi. W przypadku dwóch par wariantów decyzyjnych dochodzi do niecałkowicie dokładnego zidentyfikowania miejsc w rankingach. Pary  $A_4$  i  $A_5$  oraz  $A_{14}$  i  $A_{19}$  posiadają zamienione miejsca względem rankingów referencyjnych GFR. W obu tych przypadkach dzieje się tak gdyż rzeczywiste oceny poszczególnych alternatyw są bardzo mocno zbliżone do siebie, czego dowodem jest to iż różnica wskaźnika GFR dla pierwszej pary wynosi około 0,06%, a dla drugiej około 0,47%.

## 4.2. Redukcja liczby zapytań $p^2$

W pierwotnej wersji metody *COMET* liczba wymaganych zapytań  $p$  rośnie w sposób wielomianowy w stosunku do liczby obiektów charakterystycznych  $t$ . Nawet w przypadku optymistycznym liczba zapytań  $p$  będzie wzrastała wykładniczo w stosunku do liczby zmiennych lingwistycznych  $r$ . Wariant optymistyczny zakłada, iż każda zmienna lingwistyczna będzie posiadała dokładnie dwie wartości charakterystyczne, wówczas zachodzi relacja (4.31):

$$p = \frac{t(t-1)}{2} \geq 2^{r-1} \cdot (2^r - 1) \quad (4.31)$$

To dość często spotykany problem związany z tak zwanym przekleństwem wymiarowości. Istnieją jednak sposoby aby przeciwdziałać temu zjawisku, gdzie podstawowym rozwiązaniem jest identyfikacja mini-modeli lingwistycznych (modeli lokalnych). W przypadku ocenianego zbioru alternatyw należy osadzić zakres poszczególnych zmiennych lingwistycznych bezpośrednio na wartościach z tego zbioru. Oznacza to iż krańcami rozpatrywanego zakresu, dla zmiennej lingwistycznej, będzie minimalna oraz maksymalna wartość odpowiadającego atrybutu. Będą to również jedyne rozpatrywane wartości charakterystyczne w mini-modelu. Dalsza procedura przebiega bez żadnych modyfikacji. Głównym mankamentem tego podejścia jest możliwość obniżenia dokładności otrzymanych rezultatów co wynika z redukcji liczby obiektów charakterystycznych. Przykład 4.2.1 ilustruje dobór zakresu przy identyfikacji mini-modelu.

**Przykład 4.2.1.** Załóżmy, iż posiadamy zbiór 10 ocenianych alternatyw, gdzie każda alternatywa posiada 4 istotne atrybuty (patrz tabela 4.6). Oznacza to utworzenie 4 zmiennych lingwistycznych:  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  oraz  $C_4$ . W celu stworzenia mini-modelu, dolne wartości zakresów

---

<sup>2</sup>sekcja powstała na podstawie opublikowanych artykułów: A2, A4 oraz A8

zostaną zdefiniowane odpowiednio jako: 11, 1321, 5,34 oraz -28. Natomiast górne granice zakresów zostaną określone jako: 86, 2375, 12,96 oraz 45.

Tablica 4.6. Zbiór dziesięciu ocenianych alternatyw wraz z wartościami ich atrybutów.

$A_i$	$a_{1i}$	$a_{2i}$	$a_{3i}$	$a_{4i}$
$A_1$	67	1521	10,73	43
$A_2$	86	1607	10,13	10
$A_3$	69	1825	12,89	3
$A_4$	14	2375	12,96	6
$A_5$	55	1321	5,34	41
$A_6$	11	2082	6,27	40
$A_7$	20	1370	9,06	24
$A_8$	40	2256	11,96	7
$A_9$	12	1377	8,46	45
$A_{10}$	73	1908	12,32	-28
<i>min</i>	11	1321	5,34	-28
<i>max</i>	86	2375	12,96	45

Inne podejście redukcji liczby zapytań  $p$  polega na wskazaniu przez eksperta obiektu lub obiektów charakterystycznych w pełni akceptowalnych oraz nieakceptowalnych. Każdy element w pełni akceptowalny w odpowiadającym mu wierszu macierzy  $MEJ$  otrzymuje wartości równe 1, za wyjątkiem głównej diagonalnej której wszystkie wartości zawsze wynoszą 0,5. Analogicznie postępujemy z obiektami w pełni nieakceptowalnymi i odpowiedni wiersz macierzy  $MEJ$  wypełniamy zerami. Dzięki temu liczba zapytań  $p$  jest zredukowana dokładnie o wartość (4.32), gdzie  $h$  oznacza łączną liczbę obiektów w pełni akceptowalnych oraz w pełni nieakceptowalnych.

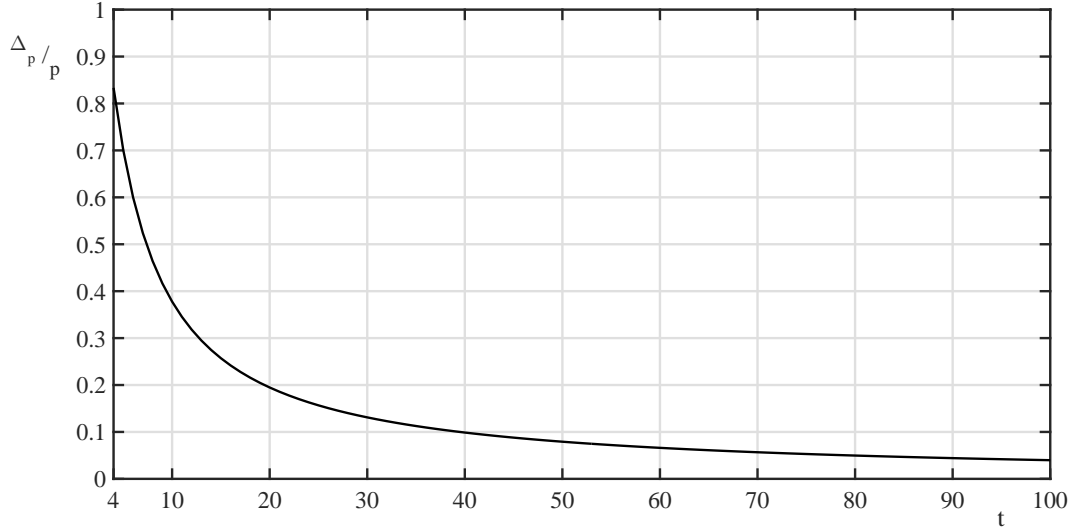
$$\sum_{i=1}^h (t - i) \quad (4.32)$$

O ile trudno byłoby obliczyć stopień redukcji dla podejścia stosującego mini-modele, co ogólnie jest możliwe ale wymaga wielu założeń, to stopień redukcji zapytań dla drugiego podejścia można zdefiniować jako następujący wskaźnik (4.33), gdzie  $p^*$  oznacza liczbę zapytań jaką otrzyma ekspert w wyniku redukcji, a  $\Delta_p$  jest to różnica pomiędzy liczbą pierwotną zapytań a zredukowaną. Wartości wskaźnika oznaczają 0 - brak redukcji, a 1 - pełną redukcję. Zastosowanie wskaźnika stopnia redukcji zostało dodatkowo zilustrowane w przykładzie 4.2.2

$$\frac{\Delta_p}{p} = \frac{p - p^*}{p} \quad (4.33)$$

**Przykład 4.2.2.** Załóżmy, iż ekspert wskazał dwa obiekty charakterystyczne, jeden w pełni akceptowalny oraz jeden w pełni nieakceptowalny. Na podstawie wzoru (4.32) otrzymujemy redukcję o  $(2 \cdot t - 3)$  zapytań. Wartość wskaźnika stopnia redukcji zależy jednak od liczby obiektów charakterystycznych, dlatego też na rysunku 4.7 pokazano zależność

wartości wskaźnika właśnie od wartości  $t$ . Jeżeli w zadaniu występuje do 40 obiektów charakterystycznych to w przykładzie tym otrzymamy co najmniej 10% redukcji zapytań.



Rysunek 4.7. Wskaźnik stopnia redukcji względem liczby obiektów charakterystycznych.

#### 4.2.1. Aksjomat tranzytywności

Zgodnie z teorią oczekiwaney użyteczności relacja preferencji decydenta  $p \prec q$  określona na zbiorze  $P$ , którego elementami są dostępne mu do wyboru warianty decyzyjne, spełniała aksjomat tranzytywności (zwany również aksjomatem przechodniości), który można zapisać w ogólnej postaci jako (4.34):

$$\forall_{p,q,r \in X} p \prec q \wedge q \prec r \Rightarrow p \prec r \quad (4.34)$$

Zastosowanie aksjomatu (4.34) przy wyznaczaniu macierzy  $MEJ$  prowadzi do otrzymania sześciu reguł redukujących liczbę zapytań, z zastosowaniem notacji zgodnej z (4.16), w następującej postaci (4.35):

$$\begin{aligned} \alpha_{ij} > \alpha_{jk} \wedge \alpha_{jk} > \alpha_{ik} &\Rightarrow \alpha_{ij} > \alpha_{ik} \\ \alpha_{ij} > \alpha_{jk} \wedge \alpha_{jk} = \alpha_{ik} &\Rightarrow \alpha_{ij} > \alpha_{ik} \\ \alpha_{ij} = \alpha_{jk} \wedge \alpha_{jk} > \alpha_{ik} &\Rightarrow \alpha_{ij} > \alpha_{ik} \\ \alpha_{ij} = \alpha_{jk} \wedge \alpha_{jk} < \alpha_{ik} &\Rightarrow \alpha_{ij} < \alpha_{ik} \\ \alpha_{ij} < \alpha_{jk} \wedge \alpha_{jk} < \alpha_{ik} &\Rightarrow \alpha_{ij} < \alpha_{ik} \\ \alpha_{ij} < \alpha_{jk} \wedge \alpha_{jk} = \alpha_{ik} &\Rightarrow \alpha_{ij} < \alpha_{ik} \end{aligned} \quad (4.35)$$

W podejściu tym, ekspert rozpoczyna wypełnianie macierzy  $MEJ$  w tradycyjny sposób. Po wpisaniu każdego nowego elementu, analizowana jest możliwość skorzystania z jednej z przedstawionych reguł (4.35). Jeżeli zachodzą przesłanki użycia którejś z nich to wówczas

element  $\alpha_{ik}$  zostaje wstawiony automatycznie. Analiza rozpoczyna się po wpisaniu każdej nowej wartości do macierzy  $MEJ$  (zarówno automatycznej jak i eksperckiej). Zastosowanie podejścia dynamicznego jest efektywne oczywiście w sytuacji, gdy redukcja ta zostanie odpowiednio oprogramowana. Ten sposób redukowania zapytań zapewnia dość wysoki wskaźnik stopnia redukcji, który jest jednak uzależniony dodatkowo od wcześniejszych odpowiedzi eksperta. Efektywność tego rozwiązania jest zaprezentowana w przykładzie 4.2.3.

**Przykład 4.2.3.** Aby zaprezentować na przykładach jaki potencjał posiada zastosowanie aksjomatu tranzytywności w stosunku do uzyskanego stopnia redukcji zostaną zaproponowane trzy teoretyczne funkcje decyzyjne. Każda z nich będzie funkcją operującą na dwóch kryteriach. Podejście to umożliwi wyeliminowanie błędu ludzkiego oraz obliczenie wskaźnika stopnia redukcji dla różnej liczby obiektów charakterystycznych. We wszystkich omawianych przypadkach zakres kryteriów wynosi od 0 do 1. Dodatkowe wartości charakterystyczne, w liczbie od 1 do 8, są rozmieszczane równomiernie, a zbiór wartości wszystkich omawianych funkcji znajduje się w zakresie od 0 do 1. Pierwsza funkcja  $P_1$  modeluje dwa monotoniczne kryteria typu zysk (4.36). Druga funkcja  $P_2$  modeluje dwa niemonotoniczne kryteria jako (4.37). Ostatnia funkcja  $P_3$  jest funkcją mieszaną, czyli modeluje jedno kryterium monotoniczne oraz jedno niemonotoniczne (4.37). Wizualizacja tych funkcji została przedstawiona na rysunku 4.8.

Tablica 4.7. Wartości wskaźnika stopnia redukcji w zależności od liczby rozpatrywanych obiektów charakterystycznych dla teoretycznych funkcji decyzyjnych  $P_1$ ,  $P_2$  oraz  $P_3$ .

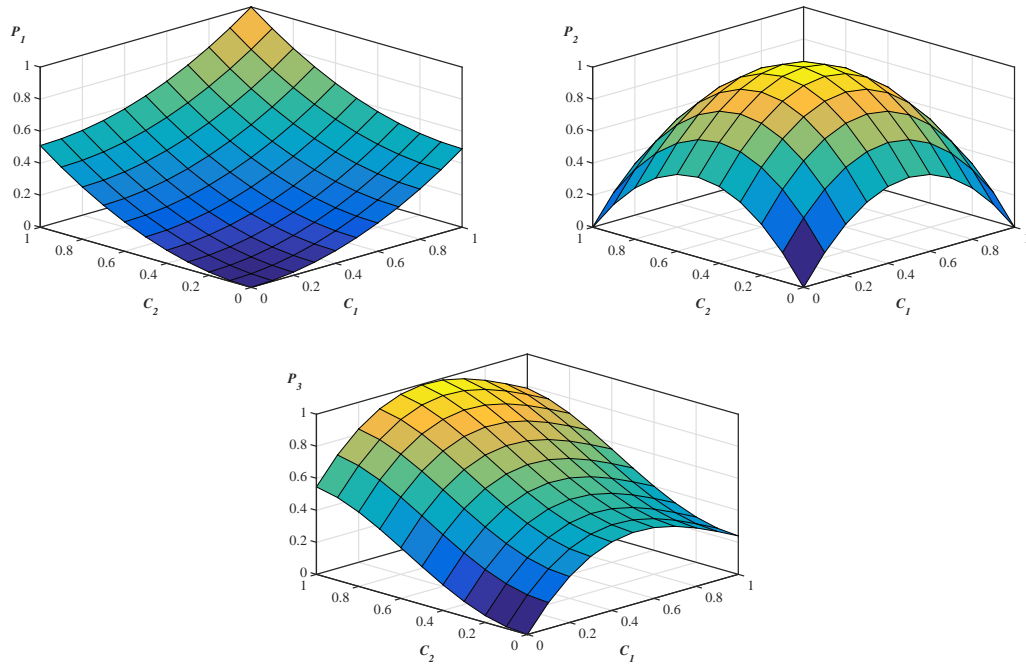
$t$	$p$	(4.36)		(4.37)		(4.38)	
		$p^*$	$\frac{\Delta p}{p}$	$p^*$	$\frac{\Delta p}{p}$	$p^*$	$\frac{\Delta p}{p}$
9	36	21	0,4167	23	0,3611	23	0,3611
16	120	57	0,5250	58	0,5167	70	0,4167
25	300	125	0,5833	160	0,4667	163	0,4567
36	630	242	0,6159	280	0,5556	331	0,4746
49	1176	423	0,6403	605	0,4855	593	0,4957
64	2016	692	0,6567	929	0,5392	994	0,5069
81	3240	1074	0,6685	1650	0,4907	1566	0,5167
100	4950	1595	0,6778	2266	0,5422	2364	0,5224

$$P_1 = 0,49 \cdot (C_1)^2 + 0,51 \cdot (C_2)^2 \quad (4.36)$$

$$P_2 = 1 - 2 \cdot (C_1 - 0,5)^2 - 2 \cdot (C_2 - 0,5)^2 \quad (4.37)$$

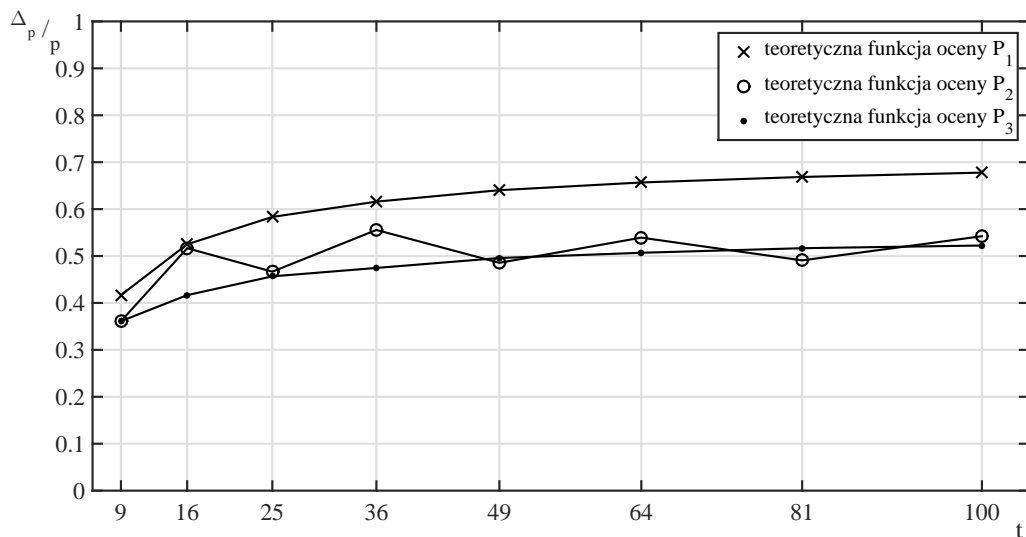
$$P_3 = 4 \cdot (1 - 1,8 \cdot (\sin(C_1) - 0,5)^2 - 2,2 \cdot (\cos(C_2) - 0,5)^2) \quad (4.38)$$

Szczegółowe wyniki eksperymentu zostały zaprezentowane w tabeli 4.7. Wskazują one na wzrost stopnia redukcji wraz ze wzrostem pierwotnej liczby zapytań, szczególnie dla funkcji  $P_1$  oraz  $P_3$ . Rysunek 4.9 przedstawia graficzną reprezentację zależności uzyskanego stopnia



Rysunek 4.8. Wizualizacja trzech różnych typów teoretycznych funkcji decyzyjnych.

*redukcji względem liczby obiektów charakterystycznych. Eksperyment pozwala domniemywać, iż korzystanie z aksjomatu tranzytywności jest podejściem najbardziej efektywnym z dotychczas zaprezentowanych.*



Rysunek 4.9. Graficzna reprezentacja zależności uzyskanego stopnia redukcji względem liczby obiektów charakterystycznych dla rozpatrywanych funkcji.



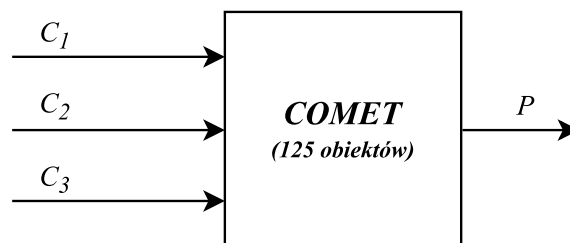
#### 4.2.2. Struktura hierarchiczna zadania decyzyjnego

Tworzenie struktury hierarchicznej polega w głównej mierze na dokonaniu przez eksperta dekompozycji złożonego problemu decyzyjnego, który składa się z pojedynczego modelu lingwistycznego. W wyniku takiej dekompozycji otrzymana struktura składa się z pewnej liczby połączonych ze sobą modeli lingwistycznych, gdzie każdy z nich posiada zredukowaną liczbę zmiennych wejściowych. Wyjścia kolejnych modeli są nowymi zmiennymi lingwistycznymi, które z kolei stanowią wejścia kolejnych modułów. Największym wyzwaniem w tym podejściu jest ustalenie przez eksperta właściwej struktury, co nie zawsze jest łatwe lub możliwe do uzyskania. Generalna reguła wyznaczania hierarchii wskazuje, iż kryteria które są ze sobą powiązane powinny być grupowane razem pod warunkiem, iż są one w stanie wyznaczyć nową zmienną, która będzie możliwie łatwo zrozumiała dla eksperta. Podejście to najlepiej jest wyjaśnić na przykładach. W przykładzie 4.2.4 zostaną przedstawione dwie teoretyczne funkcje decyzyjne oraz propozycje ich dekompozycji. Zostanie też dla nich określony wskaźnik stopnia redukcji liczby zapytań  $p$ . Natomiast, przykład 4.2.5 zilustruje proces dekompozycji na podstawie problemu transplantacji wysepek trzustkowych.

**Przykład 4.2.4.** W przykładzie tym ponownie zostanie wykorzystana teoretyczna funkcja oceny, która jest funkcją zależną od trzech zmiennych lingwistycznych i jest przedstawiona za pomocą wzoru (4.39). Zakładamy dodatkowo, iż każda zmienna posiada dokładnie 5 wartości charakterystycznych wliczając w to granice zakresu zmiennych.

$$P = f(C_1, C_2, C_3) = \frac{\sqrt{C_1 \cdot C_2}}{C_3} \quad (4.39)$$

Liczba trzech zmiennych lingwistycznych występujących w problemie decyzyjnym jest najmniejszą liczbą jaką można poddać dekompozycji. Model decyzyjny przed dekompozycją został przedstawiony na rysunku 4.10. Charakteryzuje się on liczbą  $t = 125$  obiektów charakterystycznych, co przekłada się na liczbę zapytań  $p = 7750$ . Najprostsza dekompozycja



Rysunek 4.10. Podstawowa struktura problemu decyzyjnego dla teoretycznej funkcji decyzyjnej (4.39)

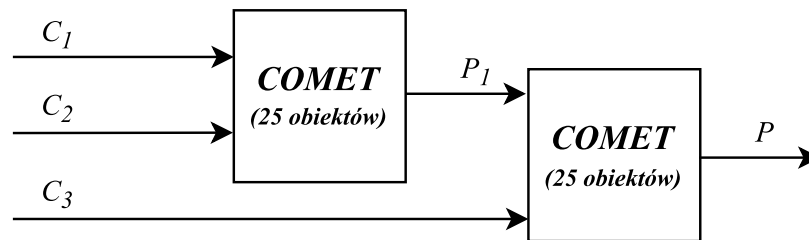
będzie polegała na połączeniu dwóch zmiennych lingwistycznych  $C_1$  oraz  $C_2$  i utworzenie dodatkowego modelu z wyjściem  $P_1$ , który wraz ze zmienną  $C_3$  będzie stanowił wejście do

głównego modelu oceny. Proponowana dekompozycja została zaprezentowana na rysunku 4.11, gdzie odpowiednio zależność wartości  $P_1$  oznacza (4.40), a zależność  $P$  jako (4.41)

$$P_1 = f(C_1, C_2) = \sqrt{C_1 \cdot C_2} \quad (4.40)$$

$$P = f(P_1, C_3) = \frac{P_1}{C_3} \quad (4.41)$$

Dzięki zastosowanej dekompozycji uzyskano dwa modele, gdzie każdy z nich składa się z 25



Rysunek 4.11. Przykład najprostszej dekompozycji struktury problemu decyzyjnego, do postaci dwóch połączonych modeli lingwistycznych, dla teoretycznej funkcji decyzyjnej (4.39)

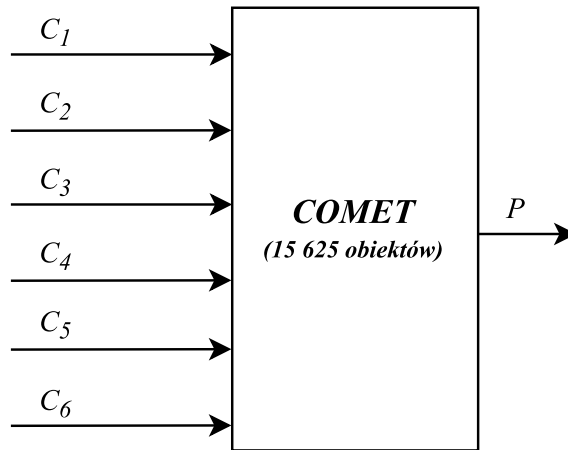
obiektów charakterystycznych, gdyż dla nowej zmiennej  $P_1$  również została wyznaczona liczba pięciu obiektów charakterystycznych. Każdy z tych modeli wymaga wykonania 300 zapytań, czyli po redukcji otrzymamy liczbę  $p^* = 600$ . Przekłada się to na wysoką wartość wskaźnika stopnia redukcji  $\frac{\Delta p}{p} = 0,92258065$ . Pomimo zastosowania najprostszej dekompozycji uzyskano bardzo wysoki wskaźnik redukcji liczby zapytań.

W przykładzie tym zostanie przedstawiona jeszcze jedna, trochę bardziej złożona, teoretyczna funkcja decyzyjna z liczbą sześciu zmiennych lingwistycznych o następującej postaci (4.42):

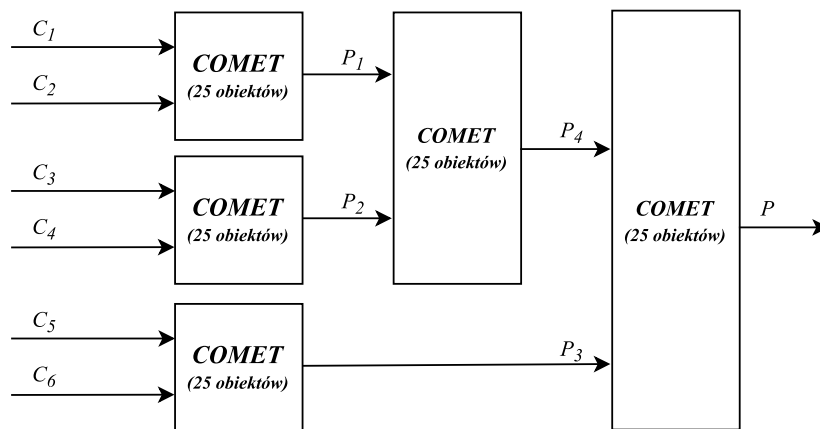
$$P = f(C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6) = \frac{1 + 5 \cdot \sin(C_1 \cdot C_2) + 4 \cdot \cos(C_3 + C_4)}{1 + 2 \cdot C_5 + 3 \cdot C_6} \quad (4.42)$$

Podstawowa struktura dla tego problemu decyzyjnego przyjmie postać zaprezentowaną na rysunku 4.12. Pomimo tego, iż problem ten zyskał tylko dodatkowe 4 kryteria to liczba jego obiektów charakterystycznych wzrosła do 15.625 (ponownie zakładamy po pięć wartości charakterystycznych na każdą zmienną). Oznacza to iż liczba zapytań w celu identyfikacji tego modelu byłaby wyrażona wartością  $p = 122.062.500$ . Na rysunku 4.13 została zaprezentowana propozycja dekompozycji na pięć kolejno ze sobą połączonych dwuargumentowych modeli decyzyjnych, gdzie wartości  $P_1, P_2, P_3, P_4$  oraz  $P$  zostały zdefiniowane odpowiednio jako następujące równania (4.43-4.47):

$$P_1 = f(C_1, C_2) = 1 + 5 \cdot \sin(C_1 \cdot C_2) \quad (4.43)$$



Rysunek 4.12. Podstawowa struktura problemu decyzyjnego dla teoretycznej funkcji decyzyjnej (4.42)



Rysunek 4.13. Przykład dekompozycji struktury problemu decyzyjnego, do postaci pięciu dwuargumentowych modeli lingwistycznych, dla teoretycznej funkcji decyzyjnej (4.42)

$$P_2 = f(C_3, C_4) = 4 \cdot \cos(C_3 + C_4) \quad (4.44)$$

$$P_3 = f(C_5, C_6) = 1 + 2 \cdot C_5 + 3 \cdot C_6 \quad (4.45)$$

$$P_4 = f(P_1, P_2) = P_1 + P_2 \quad (4.46)$$

$$P = f(P_3, C_4) = \frac{P_4}{P_3} \quad (4.47)$$

Ponownie każdy z modeli do identyfikacji wymaga liczby 300 zapytań. Oznacza to iż łączna liczba zapytań \$p^\*\$ dla identyfikacji problemu decyzyjnego wynosi zaledwie 1500 zapytań i przekłada się na wartość wskaźnika stopnia redukcji \$\frac{\Delta p}{p} = 0,99998771\$.

**Przykład 4.2.5.** Problem transplantacji wysepek trzustkowych zostanie przedstawiony jako rzeczywisty przykład możliwości wprowadzenia redukcji liczby zapytań \$p\$ poprzez dokonanie dekompozycji jednowarstwowej struktury problemu. Przeszczepienie wysepek trzustkowych polega na wszczepianiu komórek produkujących insulinę w celu przywrócenia normalnej glikemii u pacjentów z cukrzycą. Głównymi atutami tej procedury medycznej jest jej minimalna

inwazyjność oraz wysoka skuteczność po udanej transplantacji. Niestety nieprzewidywalność wyniku przeszczepu wysepek jest poważnym wyzwaniem. La Scalia rozwiązując ten problem przy użyciu metody TOPSIS zaproponował zbiór następujących kryteriów numerycznych [5]:

- $C_1$  - wiek metrykalny dawcy organu,
- $C_2$  - wiek biologiczny dawcy organu,
- $C_3$  - wartość współczynnika BMI dawcy organu (ang. Body Mass Index) [ $\text{kg}/\text{m}^2$ ],
- $C_4$  - okres leczenia dawcy z powodu nadciśnienie tętnicze,
- $C_5$  - stabilność hemodynamiczna oraz wazopresyjna dawcy,
- $C_6$  - maksymalny poziom glukozy we krwi [ $\text{mmol}/\text{h}$ ],
- $C_7$  - maksymalny poziom amylazy we krwi [ $\text{IU}/\text{L}$ ],
- $C_8$  - stan trzustki,
- $C_9$  - włóknistość trzustki,
- $C_{10}$  - rozciągliwość trzustki [ $\text{ml}/\text{kg}$ ],
- $C_{11}$  - masa trzustki,
- $C_{12}$  - czas między końcem przepływu krwi u dawcy i usunięciem trzustki,
- $C_{13}$  - czas od umieszczenia trzustki w zimnym roztworze do jej ponownego ogrzania,
- $C_{14}$  - liczba równoważnych wysepek na 1 kg biorcy,
- $C_{15}$  - średni rozmiar wysepek ( $\mu\text{m}^2$ ),
- $C_{16}$  - czystość pobranego materiału [%],
- $C_{17}$  - odsetek wysepek otoczonych tkanką zewnątrzwydzielniczą [%],
- $C_{18}$  - średnia wartość współczynnika BMI biorcy organu,
- $C_{19}$  - średnie dzienne wykorzystanie insuliny na kilogram masy ciała biorcy.

Chcąc zidentyfikować model lingwistyczny w strukturze jednowarstwowej z wykorzystaniem powyżej przedstawionych kryteriów należy oszacować liczbę obiektów charakterystycznych. W poniższym przykładzie założymy iż każda zmienna lingwistyczna ma dokładnie trzy trójkątne liczby rozmyte. Wówczas liczba wymaganych zapytań wyniosłaby (4.48):

$$p = \frac{3^{19} \cdot (3^{19} - 1)}{2} \quad (4.48)$$

Wartość ta w przybliżeniu wynosi ponad 675 kwadrylionów. Przykład ten podkreśla istotność badań dążących do jak największej redukcji liczby zapytań. Oczywiście redukcja ta powinna w jak najmniejszym stopniu wpływać na dokładność zidentyfikowanego modelu. W rozważanym problemie, La Scalia wskazał ze swoim zespołem grupy kryteriów tworzących kryteria główne. Umożliwia to przeprowadzenie dekompozycji i wprowadzenie struktury hierarchicznej dla tego problemu. Dekompozycja prowadzi do powstania dodatkowych 6 modeli lingwistycznych:

- $P_1$  - ocena ogólna dawcy ( $C_1 - C_3$ ),

- $P_2$  - ocena historii medycznej dawcy ( $C_4 - C_7$ ),
- $P_3$  - ocena organu ( $C_8 - C_{11}$ ),
- $P_4$  - ocena czasu transplantacji ( $C_{12}, C_{13}$ ),
- $P_5$  - ocena jakości wysepek trzustkowych ( $C_{14} - C_{17}$ ) oraz
- $P_6$  - ocena biorcy ( $C_{18}, C_{19}$ ).

Następnie, wyjścia modeli lingwistycznych  $P_1 - P_6$  są agregowane do oceny końcowej  $P$  oceniającej sukces planowanej transplantacji. Liczba wszystkich zapytań jakie są potrzebne do uzyskania pierwszej warstwy jest sumą zapytań dla poszczególnych sześciu modeli ocen i wynosi 10 143 zapytań. Dodatkowo model agregujący wymaga 265 356 zapytań, co w sumie daje łączną liczbę zapytań  $p^* = 275499$ . Wartość wskaźnika stopnia redukcji jest bardzo wysoka i wynosi w przybliżeniu (4.49):

$$\frac{\Delta_p}{p} = 0,999999999999592111 \quad (4.49)$$

Nie jest to jednak ostatni etap redukcji, gdyż możliwa jest dalsza redukcja. W tym celu należy dodać kolejną warstwę pomiędzy dwie już istniejące. Utworzone zostaną dwa dodatkowe modele dla zmiennych  $P_1$  i  $P_2$ , który opisują oceną dawcy, oraz  $P_3$  i  $P_5$ , które opisują jakość pobranego materiału do transplantacji. Przekłada się to na redukcję do 13455 zapytań. Wartość wskaźnika redukcji pomiędzy strukturą dwu- a trzywarstwową wyniesie w przybliżeniu (4.50):

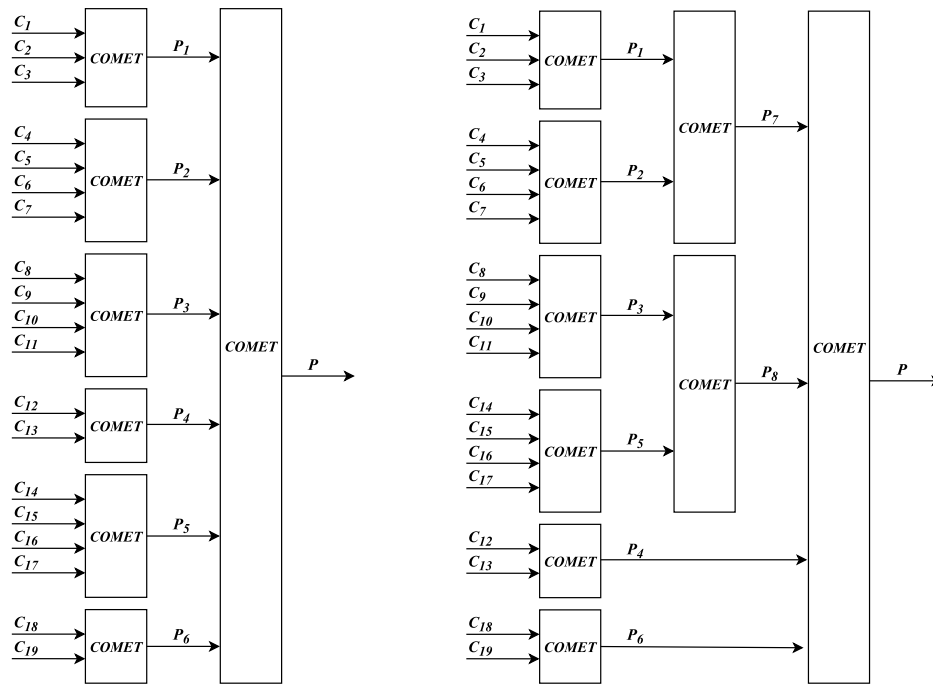
$$\frac{\Delta_p}{p} = 0,951161347228120610 \quad (4.50)$$

Rysunek 4.14 przedstawia strukturę problemu decyzyjnego po zastosowaniu dekompozycji do postaci dwu- oraz trójwarstwowej. Wysoki stopień redukcji wiąże się z pojawieniem dodatkowych zmiennych lingwistycznych, co jednak jest na ogół w pełni rekompensowane wysoką efektywnością.

### 4.3. Dokładność metody COMET na tle innych metod<sup>3</sup>

Aby zbadać dokładność metody *COMET* na tle pozostałych metod wielokryterialnego podejmowania decyzji należy zastanowić się co mogłoby stanowić wartość referencyjną względem wyznaczanych ocen wariantów decyzyjnych. Zważywszy na fakt, iż oceny eksperckie mają charakter indywidualny wynika z tego iż referencją nie może być żadna ocena ekspercka, gdyż z założenia nie jest ona w pełni obiektywna. Każdy ekspert posiada nieco inne doświadczenie i nieco inny pogląd na pewne sprawy związane z ocenianym zagadnieniem. Oznacza to również, iż jeżeli weźmiemy pod rozwagę oceny pochodzące od dwóch różnych ekspertów, którzy zastosowali dokładnie tą samą metodę, to ich wyniki mogą się od siebie

<sup>3</sup>sekcja powstała na podstawie opublikowanych artykułów: A5, A6 oraz A7



Rysunek 4.14. Dekompozycja jednowarstwowej struktury problemu decyzyjnego do postaci dwu- oraz trójwarstwowej dla przykładu oceny planowanej transplantacji wysepek trzustkowych.

różnić. Tak więc, badanie dokładności metod podejmowania decyzji powinno w maksymalnym być uniezależniona od człowieka, tak aby sprawdzić dokładność odwzorowania jaką zapewnia algorytm testowanej metody. W poniższym podrozdziale zostaną w tym celu wykorzystane teoretyczne funkcje decyzyjne. Zakładamy iż są to matematyczne funkcje opisujące w sposób absolutnie wiarygodny preferencję w stosunku do wszystkich alternatyw z pewnej przestrzeni problemu. Funkcja taka z założenia jest dla nas funkcją referencyjną, która jest konieczna do przeprowadzenia badań nad dokładnością. Na podstawie teoretycznych funkcji decyzyjnych zostają udzielone przez eksperta, a raczej teoretycznego agenta decyzyjnego, wszystkie potrzebne odpowiedzi wymagane przez testowaną metodę. Dokładność działania metody *COMET* będzie zaprezentowana w porównywaniu z dokładnością dwóch najczęściej stosowanych metod wielokryterialnej analizy decyzyjnej, to jest metody *AHP* oraz *TOPSIS*. Aby było to możliwe należy ustalić zasady działania teoretycznego agenta decyzyjnego dla testowanych metod.

Najmniej modyfikacji wymaga metoda *COMET*, gdzie teoretyczna funkcja decyzyjna zastępuje mentalną funkcję eksperta (patrz równanie (4.16)). Natomiast, w metodzie *TOPSIS* ekspert jest zobligowany do podania globalnych wag istotności dla poszczególnych kryteriów. W rzeczywistości nie jest to zadanie łatwe, jednak znając teoretyczną funkcję oceny oraz zakres wartości dla każdego kryterium można zidentyfikować wielokryterialny model liniowy za pomocą metody najmniejszych kwadratów. Następnie wartości bezwzględne wszystkich współczynników w modelu liniowym z pominięciem wyrazu wolnego zostaną znormalizowane

w taki sposób aby suma ich wartości wynosiła jeden. W ten sposób zostaną wyznaczone globalne wagi istotności. Te same wartości wag globalnych zostaną przyjęte w metodzie *AHP*, w której dodatkowo ekspert musi dla każdej macierzy preferencji, wskazać wartość preferencji dla wszystkich par rozważanych alternatyw. Macierze preferencji muszą charakteryzować się odpowiednio niskim poziomem niespójności ocen (*CR*). W tym celu każde kryterium jest klasyfikowane jako kryterium typu zysk lub typu koszt. Kryterium typu zysk posiada dodatni współczynnik w zidentyfikowanym modelu liniowym, natomiast ujemny dla typu koszt. Gdy kryterium typu zysk rośnie to wówczas rośnie również wartość oceny dla danej alternatywy oraz odwrotnie dla typu koszt. Jeżeli wypełniana jest macierz ocen dla kryterium typu zysk, to wówczas zostanie wypełniona ona ilorazem wartości atrybutów pierwszego elementu z porównywanej pary do drugiego (dla kryterium typu koszt będzie to odwrotność tego ilorazu). Przykład 4.3.1 ilustruje proces wyznaczania macierzy ocen w metodzie *AHP* przez teoretycznego agenta decyzyjnego. W dalszej części podrozdziału zostaną przedstawione dwa eksperymenty badające dokładność metod dla zadania polegającego na wyborze najlepszego wariantu decyzyjnego oraz dla zadania polegającego na uporządkowaniu w kolejności zbioru alternatyw.

**Przykład 4.3.1.** *W przykładzie tym rozważmy wektor atrybutów  $a_i$  przyporządkowany do pewnego kryterium decyzyjnego (typu zysk). Wartości w nim zawarte opisują pięć wartości atrybutu przynależnych dla pięciu wariantów decyzyjnych. Wektor ten jest przedstawiony w następujący sposób (4.51):*

$$a_i = [16, 3, 12, 21, 40] \quad (4.51)$$

*Porównywane parami są wszystkie wartości. Przykładowo, gdy teoretyczny agent decyzyjny porównywać będzie alternatywę numer 4 z alternatywą numer 2 to wówczas zwróci on wartość  $\frac{21}{3} = 7$ . Z kolei porównanie czwartego wariantu decyzyjnego z trzecim będzie skutkowało wynikiem  $\frac{21}{12} = 1.75$ . W ten sam sposób uzupełniana jest cała macierz ocen, która w tym przykładzie przyjmie następującą postać (4.52):*

$$\begin{pmatrix} 1.0000 & 5.3333 & 1.3333 & 0.7619 & 0.4000 \\ 0.1875 & 1.0000 & 0.2500 & 0.1429 & 0.0750 \\ 0.7500 & 4.0000 & 1.0000 & 0.5714 & 0.3000 \\ 1.3125 & 7.0000 & 1.7500 & 1.0000 & 0.5250 \\ 2.5000 & 13.3333 & 3.3333 & 1.9048 & 1.0000 \end{pmatrix} \quad (4.52)$$

#### 4.3.1. Zadanie wyboru optymalnej alternatywy

Badanie dokładności w zadaniu wyboru optymalnej alternatywy polega na sprawdzeniu jak często i w jakich wielkościach zbiorów rozpatrywanych alternatyw  $A$  wybierany jest wariant decyzyjny, który faktycznie jest optymalny. W zależności od problemu może to być alternatywa

o najwyższej lub najniższej ocenie, gdyż zadanie może polegać na wyborze najlepszej lub najgorszej alternatywy. Przykładowo, w modelu oceniającym stan pacjenta przyjmowanego w oddziale pogotowia głównym zadaniem jest wskazanie takiego pacjenta spośród oczekujących, który jest najbardziej potrzebujący. Pacjent ten jest w najgorszym stanie, a więc posiada najniższą ocenę. Powinien on bowiem trafić jako pierwszy do lekarza, gdyż jego życie jest najbardziej zagrożone.

W celu wskazania optymalnej alternatywy referencyjnej wykorzystana zostanie teoretyczna funkcja decyzyjna. Następnie obliczany jest wskaźnik dokładności jako (4.53), gdzie  $n$  oznacza liczbę prawidłowo wskazanych najlepszych alternatyw, a  $N$  liczbę wszystkich przebadanych zbiorów o zadanej liczebności  $\text{card}(A)$ .

$$\frac{n}{N} \quad (4.53)$$

Wartość jeden oznacza pełną dokładność, a zero całkowity brak dokładności. Aby zbadać dokładność działania poszczególnych metod należy wielokrotnie wylosować zbiory alternatyw poczynając od zbiorów trójelementowych. Wartość oczekiwana prawdopodobieństwa otrzymania sukcesu przy losowym wyborze wariantu decyzyjnego jest zależna od liczby wariantów decyzyjnych w zbiorze i jest wyrażona jako (4.54). Wartość ta wskazuje oczekiwaną dokładność przy czysto losowym podejmowaniu decyzji.

$$E\left(\frac{n}{N}\right) = \frac{1}{\text{card}(A)} \quad (4.54)$$

Na podstawie tego prostego eksperymentu można obliczyć estymowaną wartość wskaźnika dokładności za pomocą wzorów statystycznych, wówczas wartość powinna spełniać warunek  $N \geq 100$ . Można również przeprowadzić test statystyczny porównujący wyniki dwóch metod. Jednak badanie takie jest niewystarczające aby uogólnić je na wszystkie problemy decyzyjne. Wyniki przeprowadzenia takiego eksperymentu zostały dokładniej przedstawione w [14].

#### 4.3.2. Zadanie porządkowania alternatyw

W przypadku gdy zadanie polega na uporządkowaniu pewnego zbioru alternatyw to porządek referencyjny zostanie wyznaczony przez teoretyczną funkcję decyzyjną. Istotnym zagadnieniem jest kwestia w jaki sposób porównać poprawność uporządkowania dwóch rankingów. Metoda zero-jedynkową, czyli rankingi zgodne lub niezgodne, nie jest wystarczająca. O wiele lepszym rozwiązaniem jest skorzystanie z jednego ze współczynników monotonicznej zależności dwóch zmiennych, gdzie naszymi zmiennymi są uzyskane rankingi dla zbioru rozpatrywanych alternatyw. Najczęściej stosowanym symetrycznym współczynnikiem takiej zależności jest współczynnik  $\rho$  Spearmana, który wyraża się wzorem



(4.55):

$$r_s = 1 - \frac{6 \cdot \sum d_i^2}{n \cdot (n^2 - 1)} \quad (4.55)$$

gdzie  $d_i$  jest definiowane jako różnica pomiędzy rangami  $d_i = R_{x_i} - R_{y_i}$ , a  $n$  to ilość elementów w rankingu [16]. Współczynnik  $\rho$  Spearmana jest interpretowany w kategoriach procentu wariacji rang jednej zmiennej (oceny referencyjne), które są wyjaśniane przez drugą zmienną (oceny uzyskane za pomocą badanej metody wspomagania decyzji)

Najczęściej stosowanymi niesymetrycznymi współczynnikami monotonicznej zależności dwóch zmiennych są współczynniki  $\tau$  Kendalla [4] oraz  $\gamma$  Goodmana-Kruskala [3]. Wyrażają się one odpowiednio wzorami (4.56) oraz (4.57):

$$\tau = 2 \cdot \frac{N_s - N_d}{n \cdot (n - 1)} \quad (4.56)$$

$$G = \frac{N_s - N_d}{N_s + N_d} \quad (4.57)$$

gdzie  $N_s$  oznacza liczbę par zgodnych,  $N_d$  liczbę par niezgodnych,  $T$  liczbę par wiązanych oraz  $n$  jest liczbą wszystkich par. Współczynnik  $\tau$  Kendalla oraz  $\gamma$  Goodmana-Kruskala w odróżnieniu od  $\rho$  Spearmana są interpretowane w kategoriach prawdopodobieństwa. Stanowią one różnicę między prawdopodobieństwem, że porównywane zmienne będą układały się w takim samym porządku dla obu zmiennych, a prawdopodobieństwem, że ułożą się w przeciwnym porządku. Przykład 4.3.2 przypomni szczegółowo w jaki sposób obliczane są omówione powyżej współczynniki. Natomiast, przykład 4.3.3 zilustruje ich działanie dla metody *COMET* i wcześniej omawianego problemu oceny wydolności pracy nerek.

**Przykład 4.3.2.** *W przykładzie tym posiadamy zbiór siedmiu wariantów decyzyjnych. Wektor  $x$  zawiera oceny wyznaczone za pomocą teoretycznej funkcji decyzyjnej, a wektor  $y$  został wyznaczony za pomocą testowanej metody wspomagania decyzji. Na początku wyznaczamy dla każdego z wektorów wektory ich rang, czyli nadajemy każdemu elementowi wraz ze wzrostem wartości kolejne numery rang. Jeżeli występują wartości ocen powtarzających się to wówczas przydzielamy każdemu takiemu elementowi wartość średnią sumy przydzielonych rang. Następnie dla współczynnika  $\rho$  Spearmana obliczamy wartości  $d_i$  oraz  $d_i^2$ . Przykładowe wartości wektorów  $x$  i  $y$ , ich rangi i kolejne obliczenia zostały przedstawione w tabeli 4.8. Końcowa wartość współczynnika  $\rho$  Spearmana zostanie wyliczona jako (4.58):*

$$r_s = 1 - \frac{6 \cdot \sum d_i^2}{n \cdot (n^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \cdot \sum 5,5}{7 \cdot (7^2 - 1)} = 0,9018 \quad (4.58)$$

W celu obliczenia wartości współczynników  $\tau$  Kendalla oraz  $\gamma$  Goodmana-Kruskala należy wyznaczyć liczbę par zgodnych, niezgodnych oraz wiązanych. W tym celu należy również nadać rangi dla obu rozpatrywanych wektorów. Kolejną czynnością jest posortowanie wszystkich

Tablica 4.8. Obliczenia pomocnicze potrzebne do wyznaczania współczynnika  $\rho$  Spearmana dla dwóch wektorów ocen  $x$  oraz  $y$ .

$x$	$y$	$R_x$	$R_y$	$d_i$	$d_i^2$
0,5048	0,4935	4	3,5	0,5	0,25
0,4355	0,3421	3	2	1,0	1,00
0,0096	0,0337	1	1	0,0	0,00
0,5354	0,6565	5	6	-1,0	1,00
0,8306	0,8592	7	7	0,0	0,00
0,7406	0,6484	6	5	1,0	1,00
0,3017	0,4935	2	3,5	-1,5	2,25
				$\Sigma$	5,50

Tablica 4.9. Przykład obliczeń dla wyznaczania współczynnika  $\tau$  Kendalla oraz  $\gamma$  Goodmana-Kruskala dla dwóch wektorów ocen.

$x$	$y$	$R_x$	$R_y$	pary zgodne	pary niezgodne	pary wiązane
0,0096	0,0337	1	1	6	0	0
0,3017	0,4935	2	3,5	3	1	1
0,4355	0,3421	3	2	4	0	0
0,5048	0,4935	4	3,5	3	0	0
0,5354	0,6565	5	6	1	1	0
0,7406	0,6484	6	5	1	0	0
0,8306	0,8592	7	7	0	0	0
$\Sigma$				18	2	1

wartości zgodnie z porządkiem rang referencyjnych. Następnie dla każdej rangi z drugiego wektora (testowanego) sprawdzamy ile rang poniżej, w danym wektorze, jest rangami wyższymi (pary zgodne  $N_s$ ), niższymi (pary niezgodne  $N_d$ ) oraz równymi (pary wiązane  $T$ ). Przykładowo w drugiej komórce rang wektora  $y$  znajduje się wartość 3,5. Poniżej znajdują się trzy rangi wyższe (są to rangi 6, 5 oraz 7), jedna ranga niższa (ranga 2) oraz jedna ranga wiązana (4 komórka o wartości 3,5). W ten sam sposób wylicza się wartości dla wszystkich komórek. Szczegółowe wyniki zostały zaprezentowane w tabeli 4.9. Natomiast szukane współczynniki zostaną wyliczone odpowiednio jako (4.59) oraz (4.60):

$$\tau = 2 \cdot \frac{N_s - N_d}{n(n-1)} = 2 \cdot \frac{18 - 2}{7 \cdot (7 - 1)} = 0,7619 \quad (4.59)$$

$$G = \frac{N_s - N_d}{N_s + N_d} = \frac{18 - 2}{18 + 2} = 0,8 \quad (4.60)$$

**Przykład 4.3.3.** Przykład ten bazuje na przykładzie oceny wydolności pracy nerek, który był przedstawiany na początku poniższego rozdziału. Zostanie sprawdzony poziom zależności pomiędzy rankingiem referencyjnym bazującym na wskaźniku GFR, a uzyskanymi wynikami za pomocą metody COMET. W tabeli 4.10 przedstawiono wektory porównywanych ocen, ich rankingi oraz pozostałe obliczenia. W ten sposób wyznaczono  $\rho$  Spearmana równe 0,9515

Tablica 4.10. Szczegółowe obliczenia do wyznaczenia współczynników  $\rho$  Spearmana,  $\tau$  Kendalla oraz  $\gamma$  Goodmana-Kruskala dla problemu wydolności pracy nerek przedstawionego w tabeli 4.5

<i>COMET</i>	<i>GFR</i>	<i>R(COMET)</i>	<i>R(GFR)</i>	zgodne	niezgodne	$d_i$	$d_i^2$
0,1268	54,5610	1	1	9	0	0	0
0,4570	107,8183	3	2	7	1	1	1
0,4452	107,8843	2	3	7	0	-1	1
0,4809	114,3784	5	4	5	1	1	1
0,6314	152,3127	6	5	4	1	1	1
0,4739	152,6715	4	6	4	0	-2	4
0,7009	190,8285	7	7	3	0	0	0
0,7482	221,4004	8	8	2	0	0	0
0,8101	276,8473	9	9	1	0	0	0
0,8546	333,2823	10	10	0	0	0	0
				$\Sigma$	42	3	8

oraz  $\tau$  Kendalla i współczynnik  $\gamma$  o równej wartości wynoszącej 0,8667 (z powodu braku par wiązanych).

#### 4.4. Podsumowanie

W niniejszym rozdziale przedstawiono szczegółowo działanie metody obiektów charakterystycznych w procesie podejmowania decyzji indywidualnych. Metoda *COMET* została ukazana jako nowatorskie narzędzie do wspomaganie podejmowania decyzji wielokryterialnych. Identyfikacja decyzyjnego modelu eksperckiego przebiega w sposób stosunkowo prosty i przejrzysty co zostało zilustrowane na zaprezentowanych przykładach. Ujemną stroną podstawowej wersji proponowanej metody jest konieczność wykonania znaczącej liczby zapytań do eksperta. Podobny problem występuje jednak we wszystkich metodach wykorzystujących porównywanie parami. Liczba porównań może być znacząco zredukowana. Dlatego też w dalszej części omówiono sposoby umożliwiające redukcję liczby tych zapytań oraz określono wskaźnik stopnia redukcji. Proponowane podejścia można stosować również w sposób hybrydowy, to znaczy można połączyć wskazanie najlepszych i najgorszych obiektów charakterystycznych, wykorzystanie aksjomatu tranzytywności oraz dekompozycję struktury problemu decyzyjnego w celu osiągnięcia jeszcze wyższego stopnia redukcji. Na zakończenie zostały przedstawione dwa sposoby badania dokładności metod wielokryterialnego podejmowania decyzji. W celu zwiększenia dokładności metody *COMET* można rozważyć zastosowanie innych liczb niż trójkatne liczby rozmyte.

W przyszłości planowane jest podjęcie prac badawczych oraz rozwojowych mających między innymi na celu takie zagadnienia jak:

- popularyzację metody *COMET*,

- opracowanie nowych rzeczywistych aplikacji,
- stworzenie uniwersalnego oprogramowania z przyjaznym interfejsem do rozwiązywania problemów decyzyjnych,
- dalsze badanie nad dokładnością metody *COMET* i innych metod wspomagających podejmowanie decyzji,
- zwiększenie dokładności metody *COMET*,
- wyznaczenie wskaźnika niespójności ocen dla macierzy *MEJ*,
- możliwość uwzględnienia niepewności zarówno danych jak i ocen z różnych źródeł [1, 2].

## 5. Dorobek akademicki

Rozdział prezentuje łączny dorobek kandydata do stopnia naukowego doktora, pana mgr inż Wojciecha Sałabuna, z szczególnym uwzględnieniem działalności w zakresie naukowym, dydaktycznym oraz organizacyjnym. Łączny dorobek prezentowany jest w trzech kolejnych sekcjach.

### 5.1. Dorobek naukowy

W sekcji tej przedstawiono dane na temat dorobku naukowego w postaci wykazu: profili internetowych, wykazu opublikowanych prac naukowych, przygotowanych recenzji naukowych, konferencji naukowych oraz udziału w europejskich i krajowych projektach związanych z nauką.

#### Profile internetowe (stan na dzień 08.04.2018):

**DBLP:** <http://dblp.uni-trier.de/pers/hd/s/Salabun:Wojciech>

wskaźniki: **5 artykułów w czasopismach oraz 8 w materiałach konferencyjnych**

**Research Gate:** [http://www.researchgate.net/profile/Wojciech\\_Salabun](http://www.researchgate.net/profile/Wojciech_Salabun)

wskaźniki: **47 artykułów, 197 cytowań, 29302 wyświetleń, RG-score 27,44**  
(wskaźnik reputacji wyższy od 85% użytkowników)

**Scopus:** <http://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=55521789300>

wskaźniki: **21 artykułów, 85 cytowań, h-index 6**

**ResearcherID:** <http://www.researcherid.com/rid/H-2883-2016>

wskaźniki: **21 artykułów, łączny IF: 11.73**

**Publons:** <http://publons.com/author/1309318/wojciech-saabun#profile>

wskaźniki: **51 recenzji naukowych**

**Google Scholar:** <http://scholar.google.pl/citations?user=PAsiBvsAAAAJ&hl=pl>

wskaźniki: **49 artykułów, 247 cytowania, h-indeks 10**

**ORCID:** <http://orcid.org/0000-0001-7076-2519>

wskaźniki: **22 artykuły**

### Wykaz opublikowanych prac naukowych:

1. Faizi, S., Rashid, T., **Saġabun, W.**, Zafar, S., Wątróbski, J. (2018). Decision making with uncertainty using hesitant fuzzy sets. *International Journal of Fuzzy Systems*, 20(1), 93-103.
2. Bashir, Z., Rashid, T., Wątróbski, J., **Saġabun, W.**, Malik, A. (2018). Hesitant Probabilistic Multiplicative Preference Relations in Group Decision Making. *Applied Sciences*, 8(3), 398.
3. Bashir, Z., Wątróbski, J., Rashid, T., Zafar, S., **Saġabun, W.** (2017). Chaotic Dynamical State Variables Selection Procedure Based Image Encryption Scheme. *Symmetry*, 9(12), 312.
4. **Saġabun, W.**, Karczmarczyk, A., Mejsner, P. (2017). Experimental Study of Color Contrast Influence in Internet Advertisements with Eye Tracker Usage. In *Neuroeconomic and Behavioral Aspects of Decision Making* (pp. 365-375). Springer, Cham.
5. Jankowski, J., **Saġabun, W.**, Wątróbski, J. (2017). Identification of a multi-criteria assessment model of relation between editorial and commercial content in web systems. In *Multimedia and Network Information Systems* (pp. 295-305). Springer, Cham.
6. Wątróbski, J., **Saġabun, W.**, Karczmarczyk, A., Wolski, W. (2017, September). Sustainable decision-making using the COMET method: An empirical study of the ammonium nitrate transport management. In *Computer Science and Information Systems (FedCSIS), 2017 Federated Conference on* (pp. 949-958). IEEE.
7. Wątróbski, J., **Saġabun, W.**, Ladorucki, G. (2017, April). The temporal supplier evaluation model based on multicriteria decision analysis methods. In *Asian Conference on Intelligent Information and Database Systems* (pp. 432-442). Springer, Cham.
8. **Saġabun, W.**, Piegat, A. (2017). Comparative analysis of MCDM methods for the assessment of mortality in patients with acute coronary syndrome. *Artificial Intelligence Review*, 48(4), 557-571.
9. Becker, J., Becker, A., **Saġabun, W.** (2017). Construction and use of the ANP decision model taking into account the experts' competence. *Procedia Computer Science*, 112, 2269-2279.
10. Faizi, S., **Saġabun, W.**, Rashid, T., Wątróbski, J., Zafar, S. (2017). Group decision-making for hesitant fuzzy sets based on characteristic objects method. *Symmetry*, 9(8), 136.
11. Bashir, Z., Wątróbski, J., Rashid, T., **Saġabun, W.**, Ali, J. (2017). Intuitionistic-fuzzy goals in zero-sum multi criteria matrix games. *Symmetry*, 9(8), 158.
12. Karczmarczyk, A., Jankowski, J., **Saġabun, W.** (2017). Linguistic Query Based Quality Evaluation of Selected Image Search Engines. *Procedia Computer Science*, 112, 1809-1818.
13. **Saġabun, W.**, Ziemia, P. (2016). Application of the Characteristic Objects Method in Supply Chain Management and Logistics. In *Recent Developments in Intelligent Information and Database Systems* (pp. 445-453). Springer, Cham.

14. Napierała, M., Bykowski, J., **Sałałun, W.** (2016). Wielkość pompowni melioracyjnych jako kryterium ich klasyfikacji. *Pompy, Pompownie*, (2), 56-59.
15. Jankowski, J., Wątróbski, J., Ziemia, P., **Sałałun, W.** (2016). Exploitation of Web Resources Towards Increased Conversion s and Effectiveness. In *Intelligent Interactive Multimedia Systems and Services 2016* (pp. 97-107). Springer, Cham.
16. Wątróbski, J., **Sałałun, W.** (2016). Green supplier selection framework based on multi-criteria decision-analysis approach. In *Sustainable Design and Manufacturing 2016* (pp. 361-371). Springer, Cham.
17. **Sałałun, W.**, Wątróbski, J., Piegat, A. (2016). Identification of a Multi-criteria Model of Location Assessment for Renewable Energy Sources. In *International Conference on Artificial Intelligence and Soft Computing* (pp. 321-332). Springer, Cham.
18. Jankowski, J., Lewandowska, A., Wątróbski, J., Ziemia, P., **Sałałun, W.** (2016). Modeling the perceptual response from effects oriented web components towards lower intrusiveness. *Procedia Computer Science*, 96, 147-158.
19. **Sałałun, W.**, Pietrzykowski, M. (2016). Neural networks in economic problems. In *Selected Issues in Experimental Economics* (pp. 245-266). Springer, Cham.
20. Wątróbski, J., **Sałałun, W.** (2016). The characteristic objects method: a new intelligent decision support tool for sustainable manufacturing. In *Sustainable Design and Manufacturing 2016* (pp. 349-359). Springer, Cham.
21. **Sałałun, W.**, Ziemia, P., Wątróbski, J. (2016). The Rank Reversals Paradox in Management Decisions: The Comparison of the AHP and COMET Methods. In *Intelligent Decision Technologies 2016* (pp. 181-191). Springer, Cham.
22. Piegat, A., **Sałałun, W.** (2015). Comparative analysis of MCDM methods for assessing the severity of chronic liver disease. In *International Conference on Artificial Intelligence and Soft Computing* (pp. 228-238). Springer, Cham.
23. **Sałałun, W.** (2015). Assessing the 10-year risk of hard arteriosclerotic cardiovascular disease events using the characteristic objects method, *Studia i Materiały Polskiego Stowarzyszenia Zarządzania Wiedza/Studies & Proceedings Polish Association for Knowledge Management*, (77).
24. **Sałałun, W.** (2015). Fuzzy Multi-Criteria Decision-Making Method: the Modular Approach in the Characteristic Objects Method. *Studies & Proceedings of Polish Association for Knowledge Management*, 77, 54-64.
25. **Sałałun, W.** (2015). Identyfikacja ekspertowego modelu decyzyjnego w problemach wielokryterialnych z zastosowaniem metody obiektów charakterystycznych. *Zeszyty Naukowe. Studia Informatica/Uniwersytet Szczeciński*, (38), 145-158.
26. **Sałałun, W.** (2015). Zastosowanie metody COMET w zarządzaniu łańcuchem dostaw i logistyce, *Logistyka*, nr 3, 4284-4290.

27. **Sała**un, W., Napierała, M., Bykowski, J. (2015). Identyfikacja wielokryterialnego modelu istotności pompowni melioracyjnych na terenie Polski. *Acta Scientiarum Polonorum. Formatio Circumiectus*, 14(3).
28. Śpiewak, A., **Sała**un, W. (2015). A Mobile Gas Detector with an Arduino Microcontroller, *International Journal of Computer Technology & Applications*, 6(4), 636-641.
29. **Sała**un, W. (2015). The Characteristic Objects Method: A New Distance-based Approach to Multicriteria Decision-making Problems. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 22(1-2), 37-50.
30. Piegat, A., **Sała**un, W. (2014). Identification of a multicriteria decision-making model using the characteristic objects method. *Applied Computational Intelligence and Soft Computing*, 2014, 14.
31. Pietrzykowski, M., **Sała**un, W. (2014). Applications of Hidden Markov Model: state-of-the-art, *International Journal of Computer Technology & Applications*, 5(4), 1384-1391.
32. **Sała**un, W. (2014). The Characteristic Objects Method: a new approach to identify a multi-criteria group decision-making model, *International Journal of Computer Technology & Applications*, 5(5), 1597-1602.
33. **Sała**un, W. (2014). Reduction in the number of comparisons required to create matrix of expert judgment in the comet method. *Management and Production Engineering Review*, 5(3), 62-69.
34. **Sała**un, W. (2014). Application of the fuzzy multi-criteria decision-making method to identify nonlinear decision model. *International Journal of Computer Applications*, 89(15), 1-6.
35. **Sała**un, W. (2014). Processing and spectral analysis of the raw EEG signal from the MindWave. *Przegląd Elektrotechniczny*, 90(2), 169-174.
36. **Sała**un, W. (2013). The mean error estimation of TOPSIS method using a fuzzy reference models. *Journal of Theoretical and Applied Computer Science*, 7(3), 40-50.
37. **Sała**un, W. (2013). Normalization of attribute values in TOPSIS method, *Nowe trendy w naukach inżynieryjnych 4: Creative Science, Tom 2, Kraków: CreativeTime*, 180-186.
38. Piegat, A., **Sała**un, W. (2012). Nonlinearity of human multi-criteria in decision-making. *Journal of Theoretical and Applied Computer Science*, 6(3), 36-49.
39. **Sała**un, W., Pietrzykowski, M. (2012). The interval arithmetic, *Nowe trendy w naukach inżynieryjnych 3: Creative Science, Tom 1, Kraków: CreativeTime*, 193-202.
40. **Sała**un, W. (2012). Zastosowanie teorii systemów szarych do wspomagania procesu podejmowania decyzji, *Nowe trendy w naukach inżynieryjnych 2: Creative Science, Tom 1, Kraków: CreativeTime*, 238-247.



41. **Sałaabun, W.** (2012). Badanie dokładności metody porównania parami do identyfikacji preferencji decydenta, Młodzi naukowcy dla polskiej nauki. Część 4, Nauki Inżynieryjne. Tom 2, Kraków: CreativeTime, 182-190.
42. **Sałaabun, W.** (2012). Czy kryteria decyzyjne człowieka są liniowe?, Handel Wewnętrzny, Tom 1, 133-143.
43. **Sałaabun, W.** (2012). The use of fuzzy logic to evaluate the nonlinearity of human multi-criteria used in decision making. Przegląd Elektrotechniczny, 88(10b), 235-238.
44. **Sałaabun, W.** (2011). Proces podejmowania decyzji, Nowe trendy w naukach inżynieryjnych: Creative Science, Tom 2, Kraków: CreativeTime, 238-247.
45. **Sałaabun, W.** (2011). The analytic hierarchy process-overview of the problems, Młodzi naukowcy dla polskiej nauki. Część 1 - Nauki Inżynieryjne, Tom 1, Kraków: CreativeTime, 193-200.

**Przygotowałem ponad 50 recenzji dla międzynarodowych konferencji i czasopism:**

1. International Journal of Fuzzy Systems (**IF: 2.198**)
2. British Journal of Mathematics & Computer Science
3. Symmetry (**IF: 1.457**)
4. International Conference on Knowledge-Based and Intelligent Information & Engineering Systems (**WoS**)
5. British Journal of Applied Science & Technology
6. Asian Journal of Mathematics and Computer Research
7. Asian Research Journal of Mathematics
8. Energy Strategy Reviews (**IF: 1.891**)
9. Alexandria Engineering Journal (**WoS**)
10. Information Sciences (**IF: 4.832**)
11. International Conference on Sustainable Development of Water and Environment
12. Sustainable Production and Consumption
13. Physical Science International Journal
14. Axioms (**WoS**)
15. Journal of Basic and Applied Research International
16. Mathematical Problems in Engineering (**IF: 0.802**)
17. International Journal of Information Technology & Decision Making (**IF: 1.664**)

**Prace naukowe były prezentowane między innymi na następujących konferencjach:**

1. The 18th Multi-Conference on Advanced Computer Systems, Międzyzdroje, Polska, The use of fuzzy logic to evaluate the nonlinearity of human multi-criteria used in decision making

2. The 14th International Conference on Artificial Intelligence and Soft Computing, Zakopane, Polska, Comparative Analysis of MCDM Methods for Assessing the Severity of Chronic Liver Disease
3. The 15th International Conference on Artificial Intelligence and Soft Computing, Zakopane, Polska, Identification of a Multi-criteria Model of Location Assessment for Renewable Energy Sources
4. The 3rd International Conference on Sustainable Design and Manufacturing, Chania, Grecja, Green supplier selection framework based on multi-criteria decision-analysis approach
5. The 3rd International Conference on Sustainable Design and Manufacturing, Chania, Grecja, The characteristic objects method: a new intelligent decision support tool for sustainable manufacturing
6. The 10th International Conference on Multimedia & Network Information Systems, Wrocław, Polska, Identification of a Multi-criteria Assessment Model of Relation Between Editorial and Commercial Content in Web Systems
7. The 8th International Conference on Intelligent Decision Technologies, Puerto de la Cruz, Hiszpania, The Rank Reversals Paradox in Management Decisions: The Comparison of the AHP and COMET Methods
8. The 8th Asian Conference on Intelligent Information and Database Systems, Da Nang, Wietnam, Application of the Characteristic Objects Method in Supply Chain Management and Logistics
9. The 9th Asian Conference on Intelligent Information and Database Systems, Kanazawa, Japonia, The Temporal Supplier Evaluation Model Based on Multicriteria Decision Analysis Methods
10. The 21st International Conference on Knowledge-Based and Intelligent Information & Engineering Systems, Marsylia, Francja, Construction and Use of the ANP Decision Model Taking into Account the Experts' Competence
11. The 20th International Conference on Knowledge-Based and Intelligent Information & Engineering Systems, York, Wielka Brytania, Modeling the Perceptual Response from Effects Oriented Web Components Towards Lower Intrusiveness
12. Computational Methods in Experimental Economics CMEE 2015, Miedzyzdroje, Polska, Neural networks in economic problems
13. X edycja konferencji Sejmik Młodych Informatyków, Miedzyzdroje, Polska, Identyfikacja ekspertowego modelu decyzyjnego w problemach wielokryterialnych z zastosowaniem metody obiektów charakterystycznych

14. Federated Conference on Computer Science and Information Systems, Praga, Czechy, Sustainable Decision-Making using the COMET Method: An Empirical Study of the Ammonium Nitrate Transport Management
15. The 2016 Computational Methods in Experimental Economics, Szczecin, Polska, Experimental Study of Color Contrast Influence in Internet Advertisements with Eye Tracker Usage
16. The 21st International Conference on Knowledge-Based and Intelligent Information & Engineering Systems, Marsylia, Francja, Linguistic Query Based Quality Evaluation of Selected Image Search Engines
17. The 9th International Conference on Intelligent Interactive Multimedia Systems and Services 2016, Puerto de la Cruz, Hiszpania, Exploitation of Web Resources Towards Increased Conversions and Effectiveness

#### **Udział w europejskich i krajowych projektach:**

1. Uczestnik projektu europejskiego "Inwestycja w wiedzę motorem rozwoju innowacyjności w regionie - III edycja"Projekt Wojewódzkiego Urzędu Pracy w Szczecinie realizowany w ramach Poddziałania 8.2.2 Regionalne Strategie Innowacji **PO KL 2007-2013**.
2. Uczestnik projektu europejskiego nr **POIG.02.03.00-00-028/09** - "Platforma Informatyczna TEWI" współfinansowanego ze środków Europejskiego Funduszu Rozwoju Regionalnego w ramach Programu Operacyjnego Innowacyjna Gospodarka
3. Kierownik projektu w programie **PRELUDIUM** finansowanego przez **Narodowe Centrum Nauki UMO-2016/23/N/HS4/01931** pod tytułem: "**Nowa metoda wykorzystująca obiekty referencyjne do wspomaganie procesu podejmowania decyzji w problemach wielokryterialnych w warunkach niepewności**"

#### **Uzyskane nagrody:**

1. Nagroda rektora Zachodniopomorskiego Uniwersytetu Technologicznego w Szczecinie za wybitne osiągnięcia naukowe stopnia drugiego **za rok 2016**
2. Nagroda rektora Zachodniopomorskiego Uniwersytetu Technologicznego w Szczecinie za wybitne osiągnięcia naukowe stopnia trzeciego **za rok 2015**
3. Nagroda rektora Zachodniopomorskiego Uniwersytetu Technologicznego w Szczecinie za wybitne osiągnięcia naukowe stopnia trzeciego **za rok 2014**

## **5.2. Dorobek dydaktyczny**

W ramach dotychczasowej pracy dydaktycznej prowadziłem **zajęcia w języku polskim** z przedmiotów związanych ze sztuczną inteligencją, bazami danych oraz narzędziami inżynierskimi, zgodnie z wykazem:

1. Lingwistyczne bazy wiedzy i ich zastosowania: zajęcia audytoria oraz laboratorium
2. Wstęp do sztucznej inteligencji: laboratorium
3. Archiwa Cyfrowe: wykłady oraz laboratorium
4. Inżynierskie pakiety oprogramowania (CAD/CAM/CAE): laboratorium
5. Praktyczne zastosowania metod sztucznej inteligencji: laboratorium
6. Bazy Danych: laboratorium
7. Architektura informacji w serwisach internetowych: laboratorium
8. Optymalizacja systemów internetowych: projekt oraz laboratorium
9. Optymalizacja systemów biznesu cyfrowego: laboratorium
10. Inżynieria systemów informatycznych: laboratorium

W ramach dotychczasowej pracy dydaktycznej prowadziłem **zajęcia w języku angielskim** w ramach programu ERASMUS, zgodnie z wykazem:

1. Intro to Statistic: Making decisions based on Data (laboratoria + wykład)
2. The multi-criteria decision-making methods
3. Construction and the use of 3D printer
4. Intro to Mathematical Programming
5. The Analytic Hierarchy Process
6. Introduction to Computer Programming with MATLAB
7. Hardware and Software Synthesis by using Arduino microcontroller
8. Design 3D models
9. Intelligent Decision Systems
10. Arduino Microcontroller: 3D Printer

W ramach programu ERASMUS odbyłem trzy tygodniowe pobyty wiążące się z prowadzeniem wykładów w języku angielskim na temat metod MCDA w następujących uczelniach:

- FT University, Technical Faculty, Plovdiv, Bulgaria (2017)
- Prof. Assen Zlatarov University, Faculty of Technical Sciences, Burgas, Bulgaria (2017)
- University of Žilina, Faculty of Management Science and Informatics, Žilina, Slovakia (2018)

Pozostałe osiągnięcia dydaktyczne:

- promotor **12** obronionych prac inżynierskich
- obecnie opiekun **10** dyplomantów przygotowujących prace inżynierskie
- coroczne wysokie oceny z ankiet studenckich ocenę pracy wykładowcy

### 5.3. Dorobek organizacyjny

W sekcji tej przedstawiono dane na temat dorobku organizacyjnego kandydata do stopnia naukowego doktora, pana **mgr inż Wojciecha Sałabuna**:

1. Członek **Rady Młodych Naukowców** VI kadencji, organu doradczego przy **Ministerstwie Nauki i Szkolnictwa Wyższego**, na okres **01.03.2018 - 01.03.2020** (powołany na mocy zarządzenia ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego z dnia 1 marca 2018),
2. Współorganizator międzynarodowej konferencji **KESW 2017** (International Conference on Knowledge Engineering and Semantic Web, Szczecin, Poland, 08-10.11.2017) organizowanej na Wydziale Informatyki,
3. Członek międzynarodowego stowarzyszenia **International Society on MCDM: Multiple Criteria Decision Making**,
4. Dwukrotnie członek wydziałowej komisji wyborczej Wydziału Informatyki ZUT,
5. Przedstawiciel doktorantów w Radzie Wydziału Informatyki ZUT,
6. Przewodniczący samorządu doktorantów Wydziału Informatyki ZUT,
7. Zastępca przewodniczącego samorządu doktorantów Wydziału Informatyki ZUT,
8. Członek Zarządu Samorządu doktorantów ZUT,
9. Członek Sejmiku Doktorantów ZUT,
10. Aktywny uczestnik Zachodniopomorskiego Festiwalu Nauki,
11. Aktywny uczestnik Nocy Naukowców,
12. Wykłady popularyzujące naukę na zaproszenie fundacji NetCamp.

## 6. Podsumowanie

Przedstawiona rozprawa doktorska prezentuje metodę *COMET*, która została ukazana jako oryginalne, nowatorskie narzędzie do wspomaganie podejmowania decyzji wielokryterialnych. Oprócz cyklu artykułów wchodzących w skład rozprawy doktorskiej, należy zwrócić uwagę na pozostałe artykuły naukowe, które są bardzo blisko związane z metodą *COMET*. Szczególną uwagę należy zwrócić na dwa artykuły:

- Faizi, S., Rashid, T., **Saġabun, W.**, Zafar, S., Wątróbski, J. (2018). Decision making with uncertainty using hesitant fuzzy sets. *International Journal of Fuzzy Systems*, 20(1), 93-103. **Impact Factor: 2.2**
- Faizi, S., **Saġabun, W.**, Rashid, T., Wątróbski, J., Zafar, S. (2017). Group decision-making for hesitant fuzzy sets based on characteristic objects method. *Symmetry*, 9(8), 136. **Impact Factor: 1.46**

Artykuł opublikowany w czasopiśmie *Symmetry*, na przełomie listopada oraz grudnia 2017 roku otrzymał miano **Highly Cited Paper**, oznacza to, że znalazł się w jednym procencie najlepiej cytowanych prac z dziedziny Informatyki (na podstawie Web of Science). Powstał w ramach projektu Preludium i otrzymanego grantu z Narodowego Centrum Nauki.

Ponadto do grupy artykułów związanych z metodą *COMET*, które nie znalazły się w rozprawie można zaliczyć:

- **Saġabun, W.**, Ziemia, P. (2016). Application of the Characteristic Objects Method in Supply Chain Management and Logistics. In *Recent Developments in Intelligent Information and Database Systems* (pp. 445-453). Springer, Cham. Rozdział indeksowany w bazie Web of Science [**15pkt. MNiSzW**]
- Napierała, M., Bykowski, J., **Saġabun, W.** (2016). Wielkość pompowni melioracyjnych jako kryterium ich klasyfikacji. *Pompy, Pompownie*, (2), 56-59. Artykuł w czasopiśmie branżowym [**0pkt. MNiSzW**]
- Wątróbski, J., **Saġabun, W.** (2016). The characteristic objects method: a new intelligent decision support tool for sustainable manufacturing. In *Sustainable Design and Manufacturing 2016* (pp. 349-359). Springer, Cham.

Rozdział indeksowany w bazie Web of Science [**15pkt. MNiSzW**]

- **Sałałun, W.** (2015). Assessing the 10-year risk of hard arteriosclerotic cardiovascular disease events using the characteristic objects method, *Studia i Materiały Polskiego Stowarzyszenia Zarządzania Wiedza/Studies & Proceedings Polish Association for Knowledge Management*, (77).

Artykuł w czasopiśmie Open Access [**8pkt. MNiSzW**]

- **Sałałun, W.** (2015). Identyfikacja ekspertowego modelu decyzyjnego w problemach wielokryterialnych z zastosowaniem metody obiektów charakterystycznych. *Zeszyty Naukowe. Studia Informatica/Uniwersytet Szczeciński*, (38), 145-158.

Artykuł opublikowany w czasopiśmie Open Access [**7pkt. MNiSzW**]

- **Sałałun, W.** (2015). Zastosowanie metody COMET w zarządzaniu łańcuchem dostaw i logistyce, *Logistyka*, nr 3, 4284-4290.

Artykuł opublikowany w czasopiśmie Open Access [**0pkt. MNiSzW**]

- **Sałałun, W., Napierała, M., Bykowski, J.** (2015). Identyfikacja wielokryterialnego modelu istotności pompowni melioracyjnych na terenie Polski. *Acta Scientiarum Polonorum. Formatio Circumiectus*, 14(3).

Artykuł w czasopiśmie Open Access indeksowany w bazie Web of Science [**15pkt. MNiSzW**]

- **Sałałun, W.** (2014). The Characteristic Objects Method: a new approach to identify a multi-criteria group decision-making model, *International Journal of Computer Technology & Applications*, 5(5), 1597-1602.

Artykuł w czasopiśmie Open Access [**7pkt. MNiSzW**]

- **Sałałun, W.** (2014). Application of the fuzzy multi-criteria decision-making method to identify nonlinear decision model. *International Journal of Computer Applications*, 89(15), 1-6.

Artykuł w czasopiśmie Open Access [**5pkt. MNiSzW**]

## Spis rysunków

1.1.	Zestawienie liczby artykułów pięciu najpopularniejszych metod MCDA w latach 2007-2016. Opracowanie własne na podstawie danych z bazy Web of Science. . . . .	3
1.2.	Zestawienie liczby artykułów pięciu najpopularniejszych metod MCDA w latach 2007-2016. Opracowanie własne na podstawie danych z bazy Google Scholar. . . . .	3
1.3.	Wzorcowe problematyki w wielokryterialnym wspomaganie decyzji, (a) problematyka $\alpha$ , (b) problematyka $\beta$ oraz (c) problematyka $\gamma$ . . . . .	5
3.1.	Wizualizacja powiązań pomiędzy poszczególnymi publikacjami A1-A10. . . . .	7
4.1.	Przykład trójkątnej liczby rozmytej $A(a, m, b)$ . . . . .	14
4.2.	Wizualizacja zmiennej lingwistycznej określającej wiek pacjenta ( $C_1$ ) oraz trójkątnych liczb rozmytych około 40 ( $C_{12}$ ), około 55 ( $C_{12}$ ) i około 70 lat ( $C_{13}$ ). . . . .	17
4.3.	Wizualizacja zmiennej lingwistycznej określającej masę ciała pacjenta ( $C_2$ ) oraz trójkątnych liczb rozmytych około 60 ( $C_{21}$ ), około 80 ( $C_{22}$ ) i około 125 kg ( $C_{23}$ ). . . . .	18
4.4.	Wizualizacja zmiennej lingwistycznej określającej stężenie kreatyniny w surowicy ( $C_3$ ) oraz trójkątnych liczb rozmytych około 20 ( $C_{31}$ ), około 60 ( $C_{32}$ ), około 90 ( $C_{33}$ ), około 120 ( $C_{34}$ ) i około 160 $\mu\text{mol/L}$ ( $C_{35}$ ). . . . .	18
4.5.	Wizualizacja przestrzeni stanu problemu dla przykładu 4.1.2 . . . . .	19
4.6.	Graficzna reprezentacja macierzy $MEJ$ dla przykładu 4.1.3 . . . . .	23
4.7.	Wskaźnik stopnia redukcji względem liczby obiektów charakterystycznych. . . . .	29
4.8.	Wizualizacja trzech różnych typów teoretycznych funkcji decyzyjnych. . . . .	31
4.9.	Graficzna reprezentacja zależności uzyskanego stopnia redukcji względem liczby obiektów charakterystycznych dla rozpatrywanych funkcji. . . . .	31
4.10.	Podstawowa struktura problemu decyzyjnego dla teoretycznej funkcji decyzyjnej (4.39) . . . . .	32
4.11.	Przykład najprostszej dekompozycji struktury problemu decyzyjnego, do postaci dwóch połączonych modeli lingwistycznych, dla teoretycznej funkcji decyzyjnej (4.39) . . . . .	33
4.12.	Podstawowa struktura problemu decyzyjnego dla teoretycznej funkcji decyzyjnej (4.42) . . . . .	34
4.13.	Przykład dekompozycji struktury problemu decyzyjnego, do postaci pięciu dwuargumentowych modeli lingwistycznych, dla teoretycznej funkcji decyzyjnej (4.42) . . . . .	34
4.14.	Dekompozycja jednowarstwowej struktury problemu decyzyjnego do postaci dwu- oraz trójwarstwowej dla przykładu oceny planowanej transplantacji wysepek trzustkowych. . . . .	37



## Spis tablic

4.1.	Zbiór 45 obiektów charakterystycznych wygenerowanych w przykładzie 4.1.2 . . . . .	19
4.2.	Wartości $GFR$ dla 45 obiektów charakterystycznych. . . . .	22
4.3.	Wartości wektora $SJ$ oraz wektora $P$ dla przykładu 4.1.3. . . . .	23
4.4.	Stopnie aktywacji oraz oceny cząstkowe z reguł aktywowanych przy ocenie alternatywy $A_1$	26
4.5.	Zbiór wybranych alternatyw, ich wartości ocen oraz rankingów końcowych za pomocą metody $COMET$ i medycznego wskaźnika $GFR$ . . . . .	26
4.6.	Zbiór dziesięciu ocenianych alternatyw wraz z wartościami ich atrybutów. . . . .	28
4.7.	Wartości wskaźnika stopnia redukcji w zależności od liczby rozpatrywanych obiektów charakterystycznych dla teoretycznych funkcji decyzyjnych $P_1, P_2$ oraz $P_3$ . . . . .	30
4.8.	Obliczenia pomocnicze potrzebne do wyznaczania współczynnika $\rho$ Spearmana dla dwóch wektorów ocen $x$ oraz $y$ . . . . .	41
4.9.	Przykład obliczeń dla wyznaczania współczynnika $\tau$ Kendalla oraz $\gamma$ Goodmana-Kruskala dla dwóch wektorów ocen. . . . .	41
4.10.	Szczegółowe obliczenia do wyznaczenia współczynników $\rho$ Spearmana, $\tau$ Kendalla oraz $\gamma$ Goodmana-Kruskala dla problemu wydolności pracy nerek przedstawionego w tabeli 4.5 . . .	42

## Bibliografia

- [1] FAIZI, S., RASHID, T., SAŁABUN, W., ZAFAR, S., AND WAȚRÓBSKI, J. Decision Making with Uncertainty Using Hesitant Fuzzy Sets. *International Journal of Fuzzy Systems* (2017), 1–11.
- [2] FAIZI, S., SAŁABUN, W., RASHID, T., WAȚRÓBSKI, J., AND ZAFAR, S. Group Decision-Making for Hesitant Fuzzy Sets Based on Characteristic Objects Method. *Symmetry* 9, 8 (2017), 136.
- [3] GOODMAN, L., AND KRUSKAL, W. Measures of Association for Cross Classifications. *Journal of the American Statistical Association* 49, 268 (1954), 732–764.
- [4] KENDALL, M. A New Measure of Rank Correlation. *Biometrika* 30, 1/2 (1938), 81–93.
- [5] LA-SCALIA, G., AIELLO, G., RASTELLINI, C., MICALÈ, R., AND CICALÈSE, L. Multi-Criteria Decision Making support system for pancreatic islet transplantation. *Expert Systems with Applications*, 4 (2011), 3091–3097.
- [6] PEDRYCZ, W., EKELAND, P., AND PARREIRAS, R. *Fuzzy multicriteria decision-making: models, methods and applications*. John Wiley & Sons, 2011.
- [7] PIEGAT, A. *Fuzzy modeling and control*, vol. 69 of *Studies in Fuzziness and Soft Computing*. Physica-Verlag Heidelberg, 2001.
- [8] PIEGAT, A., AND SAŁABUN, W. Nonlinearity of human multi-criteria in decision-making. *Journal of Theoretical and Applied Computer Science* 6, 3 (2012), 36–49.
- [9] PIEGAT, A., AND SAŁABUN, W. Identification of a Multicriteria Decision-Making Model Using the Characteristic Objects Method. *Applied Computational Intelligence and Soft Computing* (2014), 1–14.
- [10] ROY, B. The Outranking Approach and the Foundations of Electre Methods. *Theory and Decision* 31, 1 (1991), 49–73.
- [11] RUTKOWSKI, L. *Metody i techniki sztucznej inteligencji*. PWN, Warszawa, 2005.
- [12] SAŁABUN, W. Reduction in the Number of Comparisons Required to Create Matrix of Expert Judgment in the COMET Method. *Management and Production Engineering Review* 5, 3 (2014), 62–69.
- [13] SAŁABUN, W. The Characteristic Objects Method: A New Distance-based Approach to Multicriteria Decision-making Problems. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis* 22, 1-2 (2015), 37–50.
- [14] SAŁABUN, W., AND PIEGAT, A. Comparative analysis of MCDM methods for the assessment of mortality in patients with acute coronary syndrome. *Artificial Intelligence Review*, 1-2 (2016), 1–15.

- [15] SALABUN, W., ZIEMBA, P., AND WAŹRÓBSKI, J. *The Rank Reversals Paradox in Management Decisions: The Comparison of the AHP and COMET Methods*, vol. 56 of *Smart Innovation, Systems and Technologies*. Springer International Publishing, 2016, pp. 181–191.
- [16] SPEARMAN, C. The proof and measurement of association between two things. *The American journal of psychology* 15, 1 (1904), 72–101.
- [17] TRIANTAPHYLLOU, E. *Multi-Criteria Decision Making: A Comparative Study*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [18] TRIANTAPHYLLOU, E. Two new cases of rank reversals when the ahp and some of its additive variants are used that do not occur with the multiplicative ahp. *Multi-Criteria Decision Analysis* 10 (2001), 11–25.
- [19] TSCHIRK, W. The Principle of Indifference Does Not Lead to Contradictions. *International Journal of Statistics and Probability* 5, 4 (2016), 79–83.
- [20] X WANG, E. T. Ranking irregularities when evaluating alternatives by using some electre methods. *Omega* 36 (2008), 45–63.